

ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS DE BETÃO ARMADO – AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO EM PROJECTO DAS METODOLOGIAS PRECONIZADAS NO EC2

ANA MARIA DA COSTA TEIXEIRA

Relatório de Projecto submetido para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Professor Doutor Nelson Saraiva Vila Pouca

Co-Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Carvalho Marques de Faria

JULHO DE 2008

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2007/2008

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446

✉ miec@fe.up.pt

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2007/2008 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2008.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Aos meus Pais
ao Meu Querido
e à Vânia

A vida tem o percurso da palavra, a qual está presente em determinados momentos e é esquecida em outros, ou seja, vivem-se apenas momentos...

Ana Teixeira

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Professor Doutor Nelson Vila Pouca, pelo apoio prestado ao longo do desenvolvimento deste trabalho e pela sua amizade. Num reconhecimento do apoio prestado pelo meu co-orientador Professor Doutor Rui Faria, deixo aqui o meu agradecimento também.

Não poderia também deixar de dar um agradecimento especial ao Professor Doutor Raimundo Delgado assim como ao Professor Doutor Jorge Delgado pela boa disposição e conhecimentos transmitidos.

Quero deixar um agradecimento especial a todos os meus amigos, que me apoiaram nos momentos difíceis no decorrer do desenvolvimento deste trabalho.

Em especial agradeço ao Carlos e à Andreia por toda a paciência e ajuda disponibilizada, realçando as noites longas de trabalho partilhadas.

Ao Nelson Romano, à Lília e à Elsa por todo o apoio facultado.

Cito uma atenção especial de agradecimento à minha amiga Vânia Mendes por tudo que passamos juntas.

Ao Meu Querido Telmo por tudo que é para mim.

À minha família em especial aos meus Pais que representaram um pilar fundamental neste trabalho.

.

RESUMO

O fenómeno da encurvadura é bastante complexo e de difícil quantificação, pelo que se têm desenvolvido inúmeras metodologias simplificadas para a sua avaliação. O EC2 preconiza várias metodologias nomeadamente, o método baseado numa rigidez nominal e o método baseado numa curvatura nominal. Sendo objectivo principal deste trabalho, o estudo dessas metodologias, avaliando os limites da sua aplicabilidade e definindo um caminho adequado à utilização de ferramentas de cálculo correntes para a sua aplicação em projectos de estruturas de edifícios de betão armado. A validação das referidas metodologias simplificadas será feita comparando os seus resultados com os obtidos com outras metodologias tomadas como mais rigorosas.

A avaliação dos efeitos de segunda ordem deve ser assegurada pela utilização de programas de cálculo de estruturas, pelo que se pretende conhecer as potencialidades dos mesmos na avaliação da carga de encurvadura e determinação dos efeitos de segunda ordem, comparando os resultados a que conduzem com valores teóricos conhecidos, permitindo desta forma obter confiança na sua utilização.

A aplicação dos métodos presentes no EC2 é condicionada pelo tipo de estrutura a avaliar, daí pretende-se neste trabalho estudar várias estruturas com e sem elementos de contraventamento, avaliando desta forma o caminho a seguir em cada situação para a quantificação dos efeitos de segunda ordem. A maior ou menor complexidade da estrutura impossibilita determinadas aplicações pois, importa atender às dificuldades que surgem na sua aplicação assim como na morosidade inerente, não comportável por vezes na prática.

Do ponto de vista de projecto é necessário efectuar determinadas simplificações, as quais serão discutidas, efectuando análises de sensibilidade à variação de alguns parâmetros, essencialmente associados à redução de rigidez a empregar nos elementos estruturais, com o objectivo de adoptar alternativas simples, conferindo um grau de segurança elevado nas análises decorrentes.

PALAVRAS-CHAVE: efeitos de segunda ordem, carga de encurvadura, estruturas de betão armado, metodologia do EC2, elementos de contraventamento.

ABSTRACT

The buckling phenomenon is very complex and difficult to quantify, therefore different simplified methodologies are being developed to help its evaluation. The EC2 advocates several methodologies as, the approach based in a nominal stiffness and the approach based in a nominal curvature. Being the study of those methodologies, the main objective of this work, evaluating the limits of its applicability and defining an adequate way to the current calculation tools utilization for its application in concrete structures buildings projects. The validation of the mentioned simplified methodologies will be accomplished comparing their results with those obtained through other methodologies assumed to be more accurate.

The evaluation of second order effects should be assured by the structures calculation programs utilization, so we need to know their potentials in the evaluation of the buckling load and determination of the second order effects, comparing the results to which they lead us with known theoretical values, being able to allow the obtainance of confidence in their utilization.

The application of the present approaches in the EC2 is conditioned by the kind of structure to evaluate, so this work intends to study several structures with and without bracing members, therefore evaluating the way to follow in each situation to the quantification of the second order effects. The bigger or smaller complexity of the structure incapacitates some applications that way, we need to attend to the difficulties raised with its application as well as in the inherent slowness, not acceptable sometimes in project situations.

Through the viewpoint of project is necessary perform determined simplifications, which will be discussed, performing analyses of sensitivity to some parameters variation, essentially associated to the reduction of stiffness to employ to the structural elements, with the purpose of adopting simple alternatives, conferring a high degree of security in the resulting analyses.

KEYWORDS: second order effects, buckling load, reinforced concrete structures, methodology of the EC2, bracing members.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v

1. INTRODUÇÃO 1

1.1. INTRODUÇÃO	1
1.2. OBJECTIVOS DA TESE	1
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	2

2. EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO.....5

2.1. INTRODUÇÃO	5
2.2. CRITÉRIOS SIMPLIFICADOS PARA AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM.....	5
2.2.1. CRITÉRIO DE ESBELTEZA PARA ELEMENTOS ISOLADOS	6
2.2.2. ESBELTEZA E COMPRIMENTO EFECTIVO DE ELEMENTOS ISOLADOS.....	6
2.2.3. EFEITOS GLOBAIS DE SEGUNDA ORDEM EM EDIFÍCIOS	10
2.2.3.1. Sistema de contraventamento sem deformações significativas de esforço transversal	10
2.2.3.2. Sistema de contraventamento com deformações significativas de esforço transversal	12
2.3. FLUÊNCIA.....	12
2.4. IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS	13
2.5. MÉTODO DA RIGIDEZ NOMINAL.....	15
2.6. COEFICIENTE DE MAJORAÇÃO DOS MOMENTOS	17
2.7. MÉTODO BASEADO NUMA CURVATURA NOMINAL	19
2.8. MÉTODO P-DELTA	22
2.9. CONCLUSÃO.....	23

3. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM COM RECURSO A DOIS PROGRAMAS DE CÁLCULO UTILIZADOS EM PROJECTO25

3.1. INTRODUÇÃO	25
3.2. AVALIAÇÃO DA CARGA CRÍTICA	25

3.2.1. AVALIAÇÃO DO NÍVEL DE DISCRETIZAÇÃO DOS PILARES.....	26
3.2.1.1. Pilar bi-articulado	27
3.2.1.2. Pilar encastrado na base (Consola)	28
3.2.1.3. Pilar encastrado- articulado	29
3.2.1.4. Pilar encastrado-encastrado.....	30
3.2.1.5. Conclusões	31
3.3. AVALIAÇÃO DA CARGA CRÍTICA EM ESTRUTURAS.....	32
3.3.1. VARIAÇÃO DA CARGA.....	32
3.3.2. AVALIAÇÃO DOS MODOS DE ENCURVADURA	35
3.4. ANÁLISE P-DELTA NAS DUAS FERRAMENTAS	39
3.4.1. ANÁLISE P-DELTA - EXEMPLO.....	40
3.5. CONCLUSÃO.....	44

4. APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM SEGUNDO O EC2 45

4.1. INTRODUÇÃO	45
4.2. DESCRIÇÃO GLOBAL DAS ESTRUTURAS ANALISADAS.....	46
4.3. APLICAÇÃO DO MÉTODO DA RIGIDEZ NOMINAL	47
4.3.1. ELEMENTOS ISOLADOS	47
4.3.1.1. Descrição do exemplo	47
4.3.1.2. Avaliação dos coeficientes de amplificação das forças	48
4.3.2. ESTRUTURAS PORTICADAS	52
4.3.2.1. Descrição dos exemplos	52
4.3.2.2. Análise da influência do coeficiente de esbelteza na rigidez nominal	54
4.3.2.3. Análise da influência da rigidez das vigas nos efeitos de segunda ordem.....	59
4.3.2.4. Comparação de várias metodologias	65
4.4. APLICAÇÃO DO MÉTODO DA CURVATURA NOMINAL	75
4.4.1. ELEMENTOS ISOLADOS	75
4.4.2. APLICAÇÃO DO MCN AO PT11	77
4.5. CONCLUSÃO.....	78

5. METODOLOGIAS PARA A AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM NO PROJECTO DE EDIFÍCIOS..... 81

5.1. INTRODUÇÃO	81
5.2. DESCRIÇÃO GLOBAL DA ESTRUTURA ANALISADA E DEFINIÇÃO DAS ACÇÕES	81
5.2.1. DESCRIÇÃO GLOBAL DA ESTRUTURA	81
5.2.2. DEFINIÇÃO DAS ACÇÕES.....	85
5.2.3. VERIFICAÇÃO DA DISPENSA DOS EFEITOS GLOBAIS DE SEGUNDA ORDEM	86
5.3. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NA DIRECÇÃO Y	88
5.3.1. HIPÓTESE A	90
5.3.2. HIPÓTESE B	91
5.3.2.1. Aplicação de H.7	91
5.3.2.2. Aplicação de H.8	92
5.3.2.3. Análise P-Delta no SAP2000	94
5.3.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	94
5.4. CONCLUSÃO.....	96
6. CASO DE ESTUDO – ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NUMA ESTRUTURA PORTICADA IRREGULAR.....	99
6.1. INTRODUÇÃO	99
6.2. ANÁLISE ESTRUTURAL	100
6.2.1. DESCRIÇÃO GLOBAL DO EDIFÍCIO	100
6.2.2. DEFINIÇÃO DAS ACÇÕES APLICADAS.....	104
6.3. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM	106
6.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	112
6.5. CONCLUSÃO.....	112
7. CONCLUSÕES.....	115
7.1. CONCLUSÃO GERAL.....	115
7.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	117
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	119
ANEXOS	121

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 - Exemplos de alguns modos de encurvadura e respectivos comprimentos efectivos EC2 (2004)	7
Fig. 2.2 - Exemplo de definição da flexibilidade do apoio.	8
Fig. 2.3 - Exemplos de estruturas com diferentes flexibilidades relativas.	9
Fig. 2.4 - Elementos isolados sujeitos a esforço normal excêntrico ou a uma força transversal (EC2, 2004)	14
Fig. 2.5- Exemplo do efeito das imperfeições geométricas (EC2, 2004)	15
Fig. 2.6 - Exemplo de estrutura onde a equação (2.35) pode ser aplicada.	18
Fig. 2.7 – Exemplo de estrutura em que não se deve majorar o momento mas sim as forças horizontais.....	19
Fig. 2.8 - Efeito $P-\Delta$	23
Fig. 3.1 - Exemplos a analisar	26
Fig. 3.2 - Consola vertical	27
Fig. 3.3 - Discretização do pilar bi-articulado.....	28
Fig. 3.4 - Discretização do pilar encastrado na base.....	29
Fig. 3.5 - Discretização do pilar encastrado-articulado.....	30
Fig. 3.6 - Discretização do pilar bi-encastrado	31
Fig. 3.7 - Estrutura de análise.....	33
Fig. 3.8 - Vários casos de carga	34
Fig. 3.9 - Estrutura a analisar.....	35
Fig. 3.10 - Configuração da deformada de dois modos de encurvadura	37
Fig. 3.11 – Exemplo de estudo	38
Fig. 3.12 – Configuração da deformada do primeiro modo de encurvadura.....	39
Fig. 3.13 – Forças adicionais	40
Fig. 3.14 - Elemento com seis graus de liberdade	41
Fig. 3.15 – Elemento em estudo	42
Fig. 4.1 – Malha de elementos finitos para pilares e vigas.....	46
Fig. 4.2 – Características do elemento isolado em estudo.....	48
Fig. 4.3 - Coeficientes de amplificação dos momentos das várias metodologias colocando a armadura em correspondência com a solicitação	49

Fig. 4.4 - Coeficientes de amplificação dos momentos, de várias metodologias, mantendo as armaduras constantes	51
Fig. 4.5 – Secções e configuração geométrica do pórtico PT11	52
Fig. 4.6 – Configuração das acções aplicadas ao PT11.....	52
Fig. 4.7 – Dimensões das secções e configuração geométrica do pórtico PT41	53
Fig. 4.8 – Configuração das acções aplicadas ao PT41.....	54
Fig. 4.9 – Esforços de primeira ordem e armadura requerida para o cálculo da rigidez nominal no PT11	56
Fig. 4.10 – Esforços de primeira ordem e armadura requerida para o cálculo da rigidez nominal no PT41	56
Fig. 4.11 – Relação de momentos calculados através da metodologia H.7 com a rigidez elástica da estrutura (PT11)	61
Fig. 4.12 – Relação de momentos calculados através da metodologia H.7 com a rigidez reduzida da estrutura (PT11)	61
Fig. 4.13 – Relação de momentos calculados através da metodologia H.8 com a rigidez elástica da estrutura (PT11)	62
Fig. 4.14 – Relação de momentos calculados através da metodologia H.8 com a rigidez reduzida da estrutura (PT11)	62
Fig. 4.15 – Relação de momentos calculados através de H.7 com a rigidez elástica da estrutura (PT41).....	63
Fig. 4.16 – Relação de momentos calculados através de H.7 com a rigidez reduzida da estrutura (PT41).....	63
Fig. 4.17 – Relação de momentos calculados através de H.8 com a rigidez elástica da estrutura (PT41).....	64
Fig. 4.18 – Relação de momentos calculados através de H.8 com a rigidez reduzida da estrutura (PT41).....	64
Fig. 4.19 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos totais para PT11	68
Fig. 4.20 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos de segunda ordem para PT11	68
Fig. 4.21 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos totais para PT41, para o piso 1	69
Fig. 4.22 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos totais para PT41, para o piso 4	69
Fig. 4.23 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos de segunda ordem para o piso 1 do PT41	70
Fig. 4.24 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos de segunda ordem para o piso 4 do PT41	70

Fig. 4.25 – Momentos obtidos nas várias metodologias em analogia com o método PC, no PT11	72
Fig. 4.26 – Momentos obtidos nas várias metodologias em analogia com o método P-Delta, no PT11.....	72
Fig. 4.27 – Momentos obtidos nas várias metodologias em analogia com o método PC, no PT41	73
Fig. 4.28 – Momentos obtidos nas várias metodologias em analogia com o método P-Delta, no PT41.....	74
Fig. 4.29 – Comparação dos coeficientes de majoração das várias metodologias em análise.....	75
Fig. 4.30 - Comparação dos coeficientes de majoração das várias metodologias em análise mantendo A_s constante.....	76
Fig. 4.31 – Variação de kr em função de armadura adoptada para diferentes factores de carga	77
Fig. 4.32 – Método da curvatura nominal aplicado ao PT11	77
Fig. 5.1 – Imagem 3D do edifício em estudo	82
Fig. 5.2 – Planta estrutural de um piso superior com indicação do funcionamento das lajes.....	83
Fig. 5.3 – Planta estrutural de um piso superior com a numeração dos elementos	83
Fig. 5.4 – Planta estrutural de um piso inferior	84
Fig. 5.5 - Corte BB'	84
Fig. 5.6 – Associação em comboio dos elementos na direcção y, com a aplicação das forças do vento	89
Fig. 5.7 – Diagramas de esforço de corte e de momentos de primeira ordem, para as duas hipóteses em estudo.....	95
Fig.6.1–Planta estrutural da cota +5 m.....	101
Fig. 6.2– Corte AA'.....	102
Fig. 6.3 – Perspectiva 1 do edifício.....	103
Fig. 6.4 – Perspectiva 2 do edifício.....	103

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 - Coeficiente C_0	18
Quadro 3.1 - Características do elemento em estudo	26
Quadro 3.2 - Análise do pilar bi-articulado.....	28
Quadro 3.3 - Análise do pilar encastrado na base.....	29
Quadro 3.4 - Análise do pilar encastrado-articulado.....	30
Quadro 3.5 - Análise do pilar bi-encastrado.....	31
Quadro 3.6 - Dados do exemplo	32
Quadro 3.7 - Síntese dos valores da carga crítica.....	34
Quadro 3.8 – Características dos elementos da estrutura	36
Quadro 3.9 - Síntese dos resultados obtidos.....	36
Quadro 3.10 - Características dos elementos.....	37
Quadro 3.11 - Características do elemento em estudo	42
Quadro 4.1 – Designação das estruturas porticadas de aplicação	46
Quadro 4.2 - Valores de combinação das acções	48
Quadro 4.3- Valores de combinação das acções	50
Quadro 4.4 - Acções a que está submetido o pórtico PT11	53
Quadro 4.5 - Acções a que está submetido o pórtico PT41	54
Quadro 4.6 - Coeficientes de redução de rigidez para as vigas propostos por Castro (2007).....	55
Quadro 4.7 – Factores de redução da rigidez com recurso a Castro (2007) para PT11 e PT41	57
Quadro 4.8 – Valores do comprimento efectivo,.....	58
Quadro 4.9 – Valores da rigidez nominal para cada situação	58
Quadro 4.10 – Valores dos coeficientes de redução da rigidez das vigas e factores de carga	60
Quadro 4.11 – Solicitações e correspondente amplificação dos efeitos de segunda ordem no PT11	66
Quadro 4.12 – Solicitações e correspondente amplificação dos efeitos de segunda ordem no PT41	67
Quadro 5.1 – Características dos elementos estruturais.....	85
Quadro 5.2 – Forças do vento (KN) na direcção y.....	85
Quadro 5.3 – Forças do vento (KN) na direcção x.....	86
Quadro 5.4 – Acções consideradas no cálculo.....	86
Quadro 5.5 – Verificação da dispensa dos efeitos globais de segunda ordem.....	87
Quadro 5.6 – Verificação da dispensa dos efeitos globais de segunda ordem segundo o Anexo H.....	87

Quadro 5.7 – Coeficientes de redução da rigidez elástica dos pilares	88
Quadro 5.8 – Síntese dos esforços obtidos.....	90
Quadro 5.9 – Esforços nos pilares mais solicitados.....	90
Quadro 5.10 – Resultados da aplicação de H.7	91
Quadro 5.11 - Esforços na caixa de elevador com aplicação de H.7	91
Quadro 5.12 – Esforços nos pilares com aplicação de H.7.....	92
Quadro 5.13 – Forças horizontais resultantes da aplicação de H.8, para $r=0,3$	92
Quadro 5.14 – Forças horizontais resultantes da aplicação de H.8, para $r=0,1$	93
Quadro 5.15 - Esforços na caixa de elevador com aplicação de H.8	93
Quadro 5.16 – Esforços nos pilares com aplicação de H.8.....	93
Quadro 5.17 - Esforços na caixa de elevador com uma análise P-Delta no SAP2000	94
Quadro 5.18 – Esforços nos pilares com uma análise P-Delta no SAP2000.....	94
Quadro 6.1 – Acção do vento na direcção y (KN/m)	104
Quadro 6.2 – Acção do vento na direcção x (KN/m)	104
Quadro 6.3 – Imperfeições geométricas (KN)	105
Quadro 6.4 – Acções verticais globais	105
Quadro 6.5 – Coeficientes de redução de rigidez	107
Quadro 6.6 – Coeficientes de redução da rigidez das vigas.....	108
Quadro 6.7 – Parâmetros de carga para cada combinação e correspondente factor de majoração das forças horizontais, para uma redução da rigidez das vigas de 65%	109
Quadro 6.8 – Parâmetros de carga e correspondente factor de majoração das forças horizontais, para uma redução da rigidez das vigas de 85%.....	109
Quadro 6.9– Parâmetros de carga e correspondente factor de majoração das forças horizontais, para uma redução homogénea dos pilares	110
Quadro 6.10 – Esforços avaliados na estrutura com a rigidez elástica para a combinação 5.....	110
Quadro 6.11 – Esforços avaliados na estrutura com a rigidez reduzida para a combinação 5	111
Quadro 6.12 – Esforços avaliados na estrutura com a rigidez elástica para a combinação 8.....	111
Quadro 6.13 – Esforços avaliados na estrutura com a rigidez reduzida para a combinação 8	111

1

INTRODUÇÃO

1.1. INTRODUÇÃO

A análise da estrutura de um edifício tem como objectivo, assegurar funcionalidade sob condições de serviço normais e segurança numa situação de ruína sob condições extremas. Esta análise pode ser efectuada determinando os esforços resultantes das acções actantes, numa análise linear de primeira ordem. Contudo, a procura da solução óptima das dimensões da secção, empregando betão e aços de alta resistência, conduz a concepções estruturais mais esbeltas, nas quais, pequenos incrementos de carga, podem conduzir a grandes deformações. Nestas estruturas deve efectuar-se a determinação de esforços atendendo aos efeitos da sua própria deformada, ou seja, uma análise de segunda ordem. Ao comportamento não linear está associada a não linearidade do material e a não linearidade geométrica, contabilizando de uma forma completa a influência da encurvadura no comportamento das estruturas.

A avaliação correcta do comportamento não linear geométrico e não linear do material é complexa e envolve um processo iterativo. Como alternativa a esta avaliação, têm vindo a ser propostos métodos simplificados de quantificação dos efeitos de segunda ordem que, procuram ter em conta estes comportamentos. A evolução prende-se com a tentativa de melhoramento dessas metodologias, criando situações cada vez mais específicas para cada tipo de estruturas.

O EC2 preconiza dois métodos simplificados para a quantificação dos efeitos de segunda ordem, o método da rigidez nominal no qual, se avalia uma rigidez nominal de flexão que atende ao efeito da fendilhação, da não linearidade material e da fluência, esta rigidez deve ser avaliada nos pilares e nos elementos adjacentes, as vigas, e ainda nos elementos de contraventamento. O outro método contemplado pelo EC2 é o método baseado numa curvatura nominal, essencialmente indicado para elementos isolados sujeitos a uma força normal constante, mantendo semelhanças com o método do pilar padrão. A aplicação do método baseado numa rigidez nominal é, em geral, mais adequada à análise dos efeitos de segunda ordem em estruturas de edifícios do que o método baseado na curvatura nominal. No entanto, a sua aplicação no projecto de estruturas de edifícios de betão armado deve seguir uma metodologia adequada à utilização de ferramentas de cálculo correntes.

1.2. OBJECTIVOS DA TESE

Um dos primeiros objectivos consiste na identificação das dificuldades da aplicação de cada um dos métodos numa situação corrente de projecto de estruturas de edifícios. Neste âmbito será desenvolvido um trabalho na avaliação e exploração das funcionalidades disponíveis em 2 programas de análise de estruturas correntemente utilizados em projecto, na perspectiva da sua utilização na análise dos efeitos de segunda ordem.

Como segundo objectivo estabelece-se também o propósito de se definirem metodologias articuladas com a utilização de meios de cálculo correntes que sejam directamente aplicáveis ao projecto de edifícios com estruturas constituídas essencialmente por pórticos não contraventados e pórticos associados a elementos de contraventamento.

A realização dos objectivos definidos foi suportada pelas seguintes etapas:

- estudo dos principais conceitos teóricos inerentes aos efeitos de segunda ordem;
- identificação e discussão das metodologias de determinação dos efeitos de segunda ordem presentes no EC2;
- determinação da carga crítica em estruturas com recurso a programas de cálculo, avaliando a melhor discretização dos elementos estruturais a empregar;
- avaliação da sensibilidade das metodologias à variação de determinados parâmetros, identificando as melhores soluções a adoptar do ponto de vista prático de projecto;
- análise da viabilidade de aplicação das metodologias simplificadas presentes no EC2 sustentada na comparação de soluções de determinação dos efeitos de segunda ordem com inclusão da não linearidade do material e não linear geométrica;
- aplicação das várias metodologias a exemplos de estruturas de edifícios com e sem elementos de contraventamento, aferindo sobre o melhor caminho para a obtenção dos efeitos de segunda ordem para várias situações distintas.

Pretende-se com este trabalho ultrapassar algumas dificuldades inerentes à aplicação em projecto das metodologias presentes no EC2 e desta forma, contribuir para a melhor compreensão do mesmo.

1.3. ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A prossecução dos objectivos gerais enunciados conduziu a uma estrutura do presente trabalho dividida em sete capítulos. Para além da introdução os restantes capítulos podem ser resumidamente descritos da seguinte forma:

- No capítulo 2 são explanados os principais conceitos teóricos relacionados com os efeitos de segunda ordem, inerentes à identificação de algumas metodologias para a sua avaliação. Abordam-se vários métodos nomeadamente, o método da rigidez nominal e o método baseado numa curvatura nominal, os quais figuram no EC2, avaliando-se também o método P-Delta uma vez que serve de base a determinados métodos simplificados.
- O capítulo 3 destina-se ao estudo das potencialidades de dois programas correntes de cálculo de estruturas, SAP2000 e Robot Millennium, na avaliação da carga crítica de estruturas. Esta avaliação é feita contemplando várias situações pertinentes, permitindo alertar e ultrapassar determinadas dificuldades. Também é objectivo deste capítulo avaliar os efeitos de segunda ordem através de uma análise P-Delta realizada com as duas ferramentas.
- No capítulo 4 é estudada toda a metodologia existente no EC2, avaliando os seus limites de aplicação com recurso a exemplos simples de forma a melhor perceber a afectação dos resultados quando se variam determinados parâmetros. Essencialmente, procede-se ao estudo da influência do comprimento de encurvadura uma vez que está inserido na avaliação da rigidez nominal dos elementos e faz-se um estudo das condicionantes associadas à rigidez das vigas. Os resultados de referência que servem de

base às conclusões retiradas, centram-se nos resultados retirados da utilização dos exemplos presentes em Delgado (2002) e nas análises P-Delta efectuadas com recurso ao programa de cálculo SAP2000.

- O capítulo 5 visa essencialmente a análise dos efeitos de segunda ordem num edifício com elementos de contraventamento, avaliando a viabilidade de considerar duas hipóteses distintas para a sua quantificação. Uma em que se colocam todas as forças horizontais nos elementos de contraventamento, incorporando os efeitos de segunda ordem apenas nestes elementos, admitindo-se portanto que, apenas estes resistem em estado limite último, pelo que têm de sustentar toda a estrutura. A outra via prende-se com a inclusão dos efeitos de segunda ordem em toda a estrutura, efectuando uma análise global. As análises de segunda ordem são realizadas através de várias metodologias com o objectivo de perceber qual a mais indicada em determinadas situações.

- No capítulo 6 procede-se à análise de um caso de estudo o qual representa um edifício industrial real bastante complexo sem elementos de contraventamento, constituídos por núcleos ou paredes, percebendo quais são os métodos aplicáveis a este tipo de estruturas. As aplicações efectuadas centram-se no objectivo de arranjar formas práticas de aplicação das metodologias, testando para tal, várias situações de variação de parâmetros de rigidez tanto das vigas como dos pilares.

- Esta tese termina com o capítulo 7, onde se reúnem as conclusões preponderantes retiradas ao longo o trabalho. Também se apresentam algumas propostas para desenvolvimentos futuros.

2

EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO

2.1. INTRODUÇÃO

Correntemente, as análises feitas às estruturas cingem-se simplesmente ao comportamento linear das mesmas em que não se faz intervir a configuração da deformada na determinação dos esforços, designando-se por esforços de primeira ordem. Contudo, as estruturas apresentam um comportamento diferente do assumido anteriormente, ou seja, não mantêm a sua posição inicial, deformam-se e esta deformada implica uma geometria e esforços alterados. O fenómeno definido designa-se por comportamento não linear geométrico e juntamente com o comportamento não linear do material, relacionado com as propriedades mecânicas do material, permite estudar os esforços de segunda ordem (Barros, 2006), (Barros, 2003)).

A não linearidade do material prende-se com o comportamento real do material constituinte dos elementos, as principais causas deste tipo de não linearidade, correspondem às deformações plásticas em estruturas de aço, à fendilhação ou fluência em estruturas de betão armado, a interacção inelástica da força axial, momento flector, esforço transversal ou torção, em estruturas. A simulação do comportamento não linear geométrico e do material é bastante complexa, no entanto, actualmente há ferramentas capazes de o fazer, mas do ponto de vista prático de projecto pode tornar-se moroso e complexo a utilização destas ferramentas.

Os efeitos de segunda ordem em determinadas estruturas são bastante relevantes, pelo que é fundamental atender aos mesmos, mais especificamente, o dimensionamento de elementos sujeitos a esforços axiais consideráveis é condicionado pelos esforços de segunda ordem.

Mediante a complexidade inerente a uma análise rigorosa foram desenvolvidas metodologias simplificadas. No presente trabalho serão abordadas as metodologias preconizadas no EC2 (2004), nomeadamente o método da curvatura nominal e o método da rigidez nominal. Como forma de apoio à análise e validação destas metodologias far-se-á uma breve análise ao método P-Delta, uma vez que na regulamentação em análise é nítido, o apoio neste método.

2.2. CRITÉRIOS SIMPLIFICADOS PARA AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

O estabelecimento das metodologias regulamentares visa essencialmente a definição de regras que conduzam a aplicações seguras e que atendem o mais possível ao comportamento real das estruturas. Por outro lado, pretende-se que essas regras sejam de fácil aplicação em projectos de estruturas correntes.

Segundo o EC2 (2004), os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados se representarem menos de 10% dos efeitos de primeira ordem relativos. Como alternativa a este critério o regulamento contempla outros critérios simplificados para elementos isolados e para estruturas.

2.2.1. CRITÉRIO DE ESBELTEZA PARA ELEMENTOS ISOLADOS

A esbelteza de um pilar traduz, de uma forma simples, a sua capacidade de receber os esforços axiais e mede a maior ou menor incidência do fenómeno de encurvadura. Para valores baixos de esbelteza a capacidade resistente passa a ser determinada pelo esmagamento do betão. De acordo com o EC2 os efeitos de segunda ordem podem ser ignorados se a esbelteza, λ , for inferior a um valor limite, λ_{lim} , definido por,

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C / \sqrt{n} \quad (2.1)$$

em que:

$A = 1/(1 + 0,2\varphi_{ef})$ (se φ_{ef} não é conhecido, pode utilizar-se $A = 0,7$)

$B = \sqrt{1 + 2 \cdot w}$ (se w não é conhecido, pode utilizar-se $B = 1,1$)

$C = 1,7 - r_m$ (se r_m não é conhecido, pode utilizar-se $C = 0,7$), por outro lado, $C = 0,7$, para os seguintes casos:

-elementos contraventados nos quais os momentos de primeira ordem resultam apenas ou predominantemente de imperfeições ou de acções transversais.

-elementos não contraventados em geral.

φ_{ef} - coeficiente de fluência efectivo; ver 5.8.4 (EC2);

$w = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$; taxa mecânica de armadura;

A_s - área total da secção das armaduras longitudinais

$n = N_{Ed} / (A_c f_{cd})$; esforço normal reduzido

M_{01}, M_{02} - momentos de primeira ordem nas extremidades, $|M_{02}| \geq |M_{01}|$

$r_m = M_{01} / M_{02}$; razão de momentos

Em flexão desviada, o critério exposto pode ser analisado separadamente em cada direcção, as quais podem ter diferentes verificações e daí são estudadas em conformidade com o resultado pelo que, pode chegar-se a uma situação em que os efeitos de segunda ordem são desprezados nas duas direcções, considerados nas duas ou então são considerados numa das direcções e ignorados na outra.

2.2.2. ESBELTEZA E COMPRIMENTO EFECTIVO DE ELEMENTOS ISOLADOS

A esbelteza é uma característica geométrica dos elementos lineares e permite caracterizar a sensibilidade à encurvadura, mais especificamente, aos efeitos de segunda ordem. O coeficiente de esbelteza, λ , é definido como o quociente entre o comprimento efectivo (l_0) e o raio de giração da secção não fendilhada (i) (ver equação (2.2)).

$$\lambda = l_0/i \quad (2.2)$$

O comprimento efectivo de encurvadura é a distância entre pontos de inflexão consecutivos da deformada de um pilar em situação de encurvadura. Na figura Fig. 2.1 indicam-se alguns comprimentos efectivos para alguns exemplos de elementos com secção transversal constante.

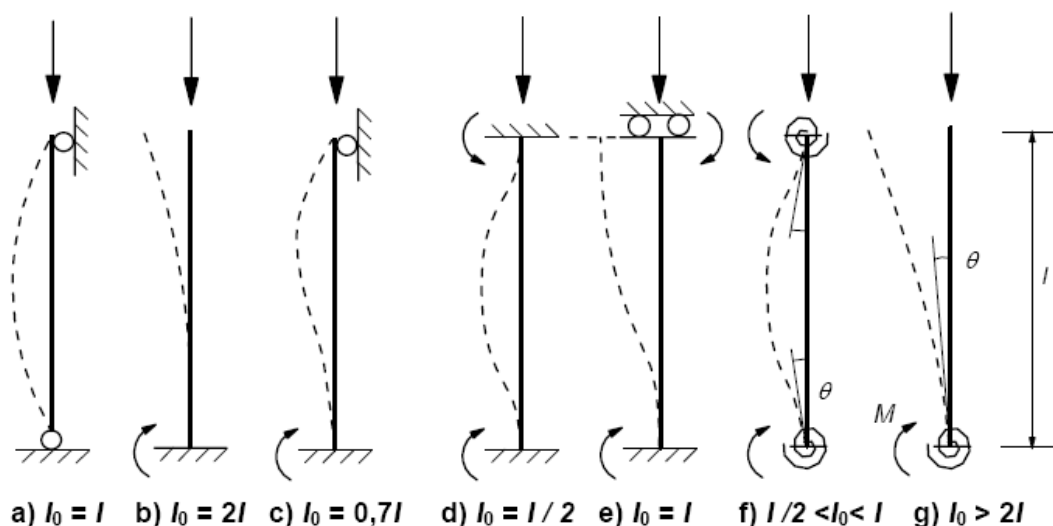


Fig. 2.1 - Exemplos de alguns modos de encurvadura e respectivos comprimentos efectivos EC2 (2004)

O comprimento de encurvadura de elementos que estão inseridos numa estrutura, depende dos elementos adjacentes, ou seja, conforme há ou não possibilidade de translação do topo dos pilares, os comprimentos de encurvadura serão maiores ou menores, e, por outro lado conforme a maior ou menor rigidez das peças que se opõem à deformada do pilar assim se estará mais próximo da situação de extremidade encastrada ou articulada.

Para elementos inseridos em pórticos regulares, o comprimento efectivo é determinado através da equação (2.3) para elementos contraventados e pela equação (2.4) para elementos não contraventados.

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \quad (2.3)$$

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{\left(1 + 10 \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\right)}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right\} \quad (2.4)$$

em que:

k_1, k_2 são as flexibilidades relativas dos encastramentos parciais das extremidades 1 e 2, respectivamente:

$$k = (\theta/M) \cdot (EI/l)$$

θ - rotação dos elementos que se opõem à rotação para o momento flector M ;

EI - rigidez de flexão do elemento comprimido

l - altura livre do elemento comprimido entre ligações de extremidade

O exemplo seguinte pretende ilustrar e representar a definição da flexibilidade do apoio.

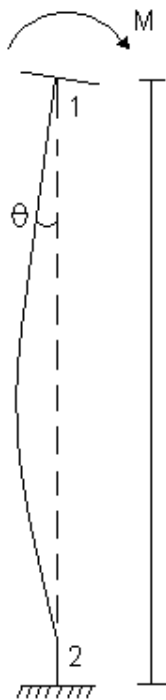


Fig. 2.2 - Exemplo de definição da flexibilidade do apoio.

Relativamente à figura anterior, as flexibilidades relativas dos encastramentos parciais das extremidades são as seguintes:

$$k_2 = 0 \quad e \quad k_1 = \frac{\theta EI}{Ml} \quad (2.5)$$

Se um elemento comprimido adjacente (pilar), num nó, é susceptível de contribuir para a rotação na encurvadura, deve substituir-se (EI/l) na definição de k por $[(EI/l)_a + (EI/l)_b]$, sendo a e b o elemento comprimido (pilar) situado, respectivamente, acima e abaixo do nó.

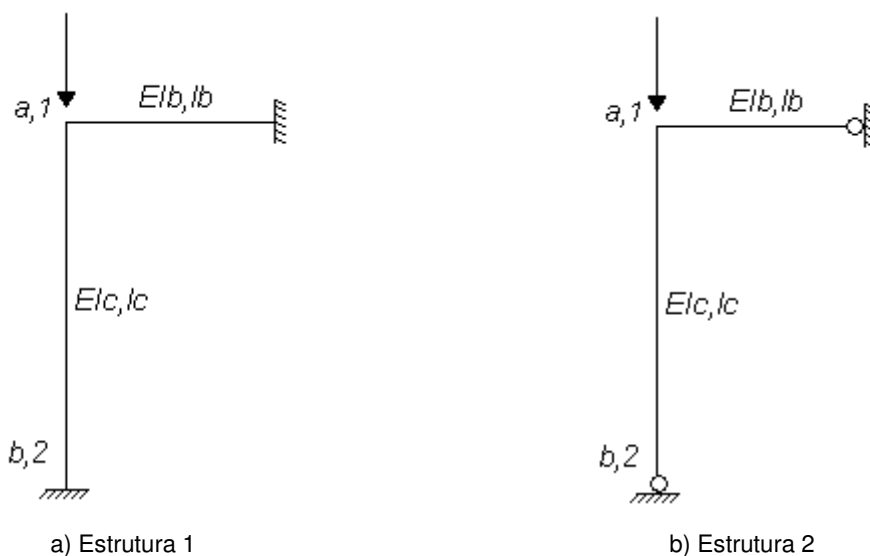


Fig. 2.3 - Exemplos de estruturas com diferentes flexibilidades relativas.

Para o exemplo da Fig. 2.3 a):

$$k_2 = 0 \quad e \quad k_1 = \frac{EI_c/l_c}{4EI_b/l_b} \quad (2.6)$$

Para o exemplo da Fig. 2.3 b):

$$k_2 = \infty \quad e \quad k_1 = \frac{EI_c/l_c}{3EI_b/l_b} \quad (2.7)$$

É importante atender ao facto de na definição do comprimento efectivo, se dever fazer intervir o efeito da fendilhação na rigidez dos elementos de fixação, a não ser que se demonstre que estes não se encontram fendilhados em estado limite último. Um outro aspecto a ter em conta prende-se com o facto da rotação da fundação agravar a excentricidade, efeito que é traduzido por um aumento de comprimento de encurvadura.

Para elementos em que é variável o esforço normal e/ou a secção transversal, o critério definido através da equação (2.1) deve ser verificado com um comprimento efectivo definido com base na carga de encurvadura (calculada por exemplo por um método numérico):

$$l_0 = \pi \sqrt{EI/N_B} \quad (2.8)$$

em que:

EI - valor representativo da rigidez de flexão

N_B - carga de encurvadura expressa em termos deste EI

Nota: na equação (2.2), i também deve corresponder a este EI

2.2.3. Efeitos globais de segunda ordem em edifícios

Os efeitos de segunda ordem em edifícios podem ser ignorados se a equação (2.9) for satisfeita.

$$F_{V,Ed} \leq k_1 \frac{n_s}{n_s + 1,6} \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2} \quad (2.9)$$

em que:

$F_{V,Ed}$ - carga vertical total (nos elementos contraventados e nos de contraventamento)

n_s - número de pisos

L - altura total do edifício acima do nível de encastramento

E_{cd} - valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão

I_c - momento de inércia (secção de betão não fendilhada) do(s) elemento(s) de contraventamento

k_1 - o valor recomendado é 0,31.

É de notar que a equação (2.9) só é válida quando as seguintes condições são satisfeitas:

a instabilidade à torção não é condicionante, ou seja, a estrutura é razoavelmente simétrica;

as deformações globais por corte são desprezáveis (como num sistema de contraventamento constituído, principalmente, por paredes de travamento sem grandes aberturas);

os elementos de contraventamento estão fixos rigidamente à base, ou seja, as rotações são desprezáveis;

a rigidez dos elementos de contraventamento é razoavelmente constante ao longo da altura;

a carga vertical total aumenta aproximadamente a mesma quantidade por piso.

As estruturas que não satisfazem as condições supramencionadas podem ser divididas em dois sistemas, para a dispensa dos efeitos de segunda ordem, como se apresenta de seguida.

2.2.3.1. Sistema de contraventamento sem deformações significativas de esforço transversal

Num sistema de contraventamento sem significativas deformações por esforço transversal, incluem-se por exemplo as paredes estruturais sem aberturas e neste tipo de estruturas os efeitos globais de segunda ordem podem ser ignorados se se verificar a equação (2.10).

$$F_{V,Ed} \leq 0,1 \cdot F_{V,BB} \quad (2.10)$$

em que:

$F_{V,Ed}$ - carga vertical total (em elementos contraventados e de contraventamento)

$F_{V,BB}$ - carga global nominal de encurvadura para flexão global

$$F_{V,BB} = \xi \cdot \sum EI / L^2 \quad (2.11)$$

em que:

ξ - coeficiente dependente do número de pisos, da variação da rigidez, da rigidez do encastramento na base e da distribuição das cargas;

$\sum EI$ - soma dos factores de rigidez de flexão dos elementos de contraventamento na direcção considerada, incluindo eventuais efeitos de fendilhação;

L - altura total do edifício acima do nível de encastramento.

O EC2 permite utilizar por simplificação uma rigidez reduzida no caso de não se ter uma avaliação mais rigorosa, como sendo:

$$EI \approx 0,4E_{cd}I_c \quad (2.12)$$

em que:

$E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{cE}$, - valor de cálculo do módulo de betão

I_c - momento de inércia do elemento de contraventamento

Para os casos em que em estado limite último a secção transversal do elemento não está fendilhada, o valor 0,4, indicado na equação (2.12), pode ser substituído por 0,8.

Se os elementos de contraventamento que tiverem uma rigidez constante ao longo da sua altura e a carga vertical aumentar a mesma quantidade por piso, ξ pode ser definido da seguinte forma:

$$\xi = 7,8 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{1}{1 + 0,7 \cdot k} \quad (2.13)$$

em que:

n_s - número de pisos

k - flexibilidade relativa da secção de encastramento, a qual é definida por:

$$k = (\theta / M) \cdot (EI / L) \quad (2.14)$$

em que:

θ - rotação para o momento flector M

EI - rigidez, definida na equação (2.12)

L - altura total do elemento de contraventamento.

2.2.3.2. Sistema de contraventamento com deformações significativas de esforço transversal

Neste tipo de estruturas, os efeitos globais de segunda ordem podem ser ignorados se a seguinte equação for satisfeita:

$$F_{V,Ed} \leq 0,1 \cdot F_{V,B} = 0,1 \cdot \frac{F_{V,BB}}{1 + F_{V,BB}/F_{V,BS}} \quad (2.15)$$

em que:

$F_{V,B}$ - carga global de encurvadura tendo em conta a flexão e o esforço transversal globais

$F_{V,BB}$ - carga global de encurvadura para a flexão simples

$F_{V,BS}$ - carga global de encurvadura para o esforço transversal, $F_{V,BS} = \sum S$

S - rigidez total de esforço transversal (força por unidade de deformação angular por esforço transversal) dos elementos de contraventamento.

2.3. FLUÊNCIA

A fluência contribui para o acréscimo da deformação dos elementos de betão armado pelo que o seu efeito tem de ser tido em conta na análise de segunda ordem. Para atender ao seu efeito é necessário considerar a duração da aplicação das diferentes solicitações na combinação de acções que se está a considerar. A consideração de um coeficiente de fluência efectivo, φ_{ef} , atende de uma forma simplificada à duração do carregamento. O coeficiente de fluência efectivo quando utilizado com uma acção de cálculo produz uma deformação por fluência (curvatura) correspondente à acção quase permanente:

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} \cdot M_{0Eqp} / M_{0Ed} \quad (2.16)$$

em que:

$\varphi_{(\infty, t_0)}$ - coeficiente final de fluência, de acordo com 3.1.4 EC2 (2004).

M_{0Eqp} - momento flector de primeira ordem na combinação de acções quase permanente (estado limite de utilização)

M_{0Ed} - momento flector de primeira ordem na combinação de acções de cálculo (estado limite último)

No caso em que o quociente dos momentos M_{0Eqp} e M_{0Ed} , variam no elemento ou na estrutura, utiliza-se a relação correspondente à secção de momento máximo ou um valor médio.

O efeito da fluência pode ser desprezado, ou seja, $\varphi_{ef} = 0$, se as três condições seguintes forem verificadas:

$$\varphi_{(\infty, t_0)} \leq 2; \lambda \leq 75; M_{0Ed} / N_{Ed} \geq h$$

Nesta situação, M_{0Ed} representa o momento de primeira ordem e h é a altura da secção transversal na direcção correspondente.

A fluência é um efeito de segunda ordem contudo, o aumento da deformação com o passar do tempo apenas está relacionado com a parcela de carga que actua com carácter de permanência.

2.4. IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS

Na análise de uma estrutura há a incerteza de eventuais defeitos de construção, tais como a não verticalidade dos pilares, eixo do pilar não rectilíneo, aliada à incerteza da posição do esforço axial relativamente ao eixo do pilar. Os efeitos prejudiciais relativos a estes aspectos e possíveis imperfeições geométricas devem ser contabilizados na análise da estrutura e dos elementos. As imperfeições estendem-se a todas as secções do pilar, sempre no sentido mais desfavorável. Normalmente, as imperfeições geométricas das secções transversais são tidas em conta nos coeficientes de segurança dos materiais. As restantes imperfeições têm de ser contabilizadas nos estados limites últimos e não nos estados limites de serviço. Segundo a regulamentação actual EC2 (2004), as imperfeições geométricas são consideradas como um efeito de primeira ordem.

Para elementos em compressão axial e estruturas submetidas a cargas verticais, principalmente os edifícios, as imperfeições podem ser contabilizadas a partir de uma inclinação, θ_i , dada por:

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (2.17)$$

em que:

θ_0 - valor básico;

α_h - coeficiente de redução relativo ao comprimento ou à altura:

$$\alpha_h = 2/\sqrt{l} ; 2/3 \leq \alpha_h \leq 1$$

α_m - coeficiente de redução relativo ao número de elementos:

$$\alpha_m = \sqrt{0,5(1 + 1/m)}$$

l - comprimento ou altura

m - número de elementos verticais que contribuem para o efeito global

Para elementos isolados, o efeito das imperfeições pode ser considerado de uma das duas formas (a) ou b)):

a) Como uma excentricidade, e_i , dada por:

$$e_i = \theta_i \cdot l_0/2 \quad (2.18)$$

em que l_0 é o comprimento efectivo.

b) Como uma força transversal, H_i , na posição que produz o momento máximo:

Para elementos não contraventados (Fig. 2.4 a₁):

$$H_i = \theta_i \cdot N \quad (2.19)$$

Para elementos contraventados, (Fig. 2.4 a₂):

$$H_i = 2 \cdot \theta_i \cdot N \quad (2.20)$$

Em que N é o esforço normal.

É de realçar que o recurso à excentricidade é indicado para elementos isostáticos, e por outro lado, a carga transversal é mais indicada quer para elementos isostáticos como para hiperestáticos.

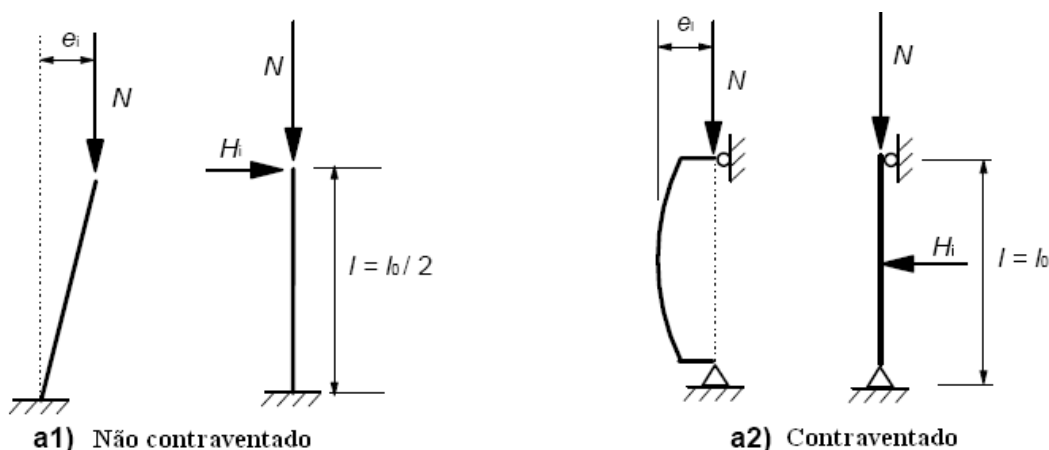


Fig. 2.4 - Elementos isolados sujeitos a esforço normal excêntrico ou a uma força transversal (EC2, 2004)

Para estruturas, o efeito da inclinação θ_i pode ser representado por forças transversais, a incluir na análise juntamente com outras acções.

Efeito no sistema de contraventamento, (ver Fig. 2.5 b)):

$$H_i = \theta_i (N_b - N_a) \quad (2.21)$$

Efeito no pavimento de contraventamento, (ver Fig. 2.5 c₁)):

$$H_i = \theta_i (N_b + N_a) / 2 \quad (2.22)$$

Efeito no diafragma de cobertura, (ver Fig. 2.5 c₂)):

$$H_i = \theta_i \cdot N_a \quad (2.23)$$

em que N_a e N_b são as forças longitudinais que contribuem para H_i

Como alternativa simplificada para paredes e pilares isolados em sistemas contraventados, pode utilizar-se uma excentricidade $e_i = l_0/400$ para atender às imperfeições relacionadas com as tolerâncias normais de execução.

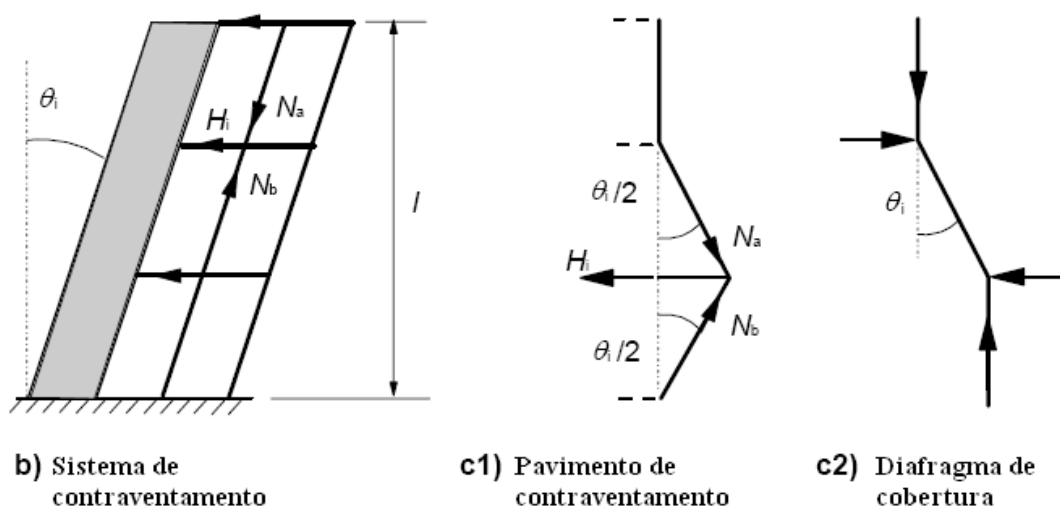


Fig. 2.5- Exemplo do efeito das imperfeições geométricas (EC2, 2004)

2.5. MÉTODO DA RIGIDEZ NOMINAL

A hipótese de admitir a linearidade das propriedades dos materiais pode ser tida em conta reduzindo a rigidez pelo que o método da rigidez nominal afasta-se da forma de inclusão dos efeitos de segunda ordem abordada pelo REBAP, em que é quantificada uma excentricidade, a qual é associada ao esforço axial e desta forma se quantificam os efeitos da encurvadura. O presente método pressupõe a determinação de uma rigidez nominal que reflecte a contribuição do betão e da armadura, contemplando o efeito da fluência, esbelteza e carga do pilar. Desta forma, a rigidez nominal dos elementos comprimidos esbeltos e de secção transversal qualquer, pode ser estimada através da seguinte equação:

$$EI = K_C \cdot E_{cd} \cdot I_C + K_S \cdot E_S \cdot I_S \quad (2.24)$$

em que:

E_{cd} - valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão, sendo

$$E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{cE} \quad (2.25)$$

o valor recomendado de γ_{cE} é de 1,2

I_C - momento de inércia da secção transversal de betão

E_S - valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço das armaduras

I_S - momento de inércia das armaduras, em relação ao centro da área do betão

K_C - é um coeficiente que toma em conta os efeitos da fendilhação, da fluência, etc.

K_S - é um coeficiente que toma em conta a contribuição das armaduras.

Para $\rho \geq 0,002$:

$$K_s = 1 \quad (2.26)$$

$$K_c = k_1 \cdot k_2 / (1 + \varphi_{ef}) \quad (2.27)$$

em que:

ρ - taxa geométrica de armaduras, A_s/A_c

A_s - área total das armaduras

A_c - área da secção transversal de betão

φ_{ef} - coeficiente de fluência efectivo

k_1 - é um coeficiente que depende da classe de resistência do betão

k_2 - é um coeficiente que depende do esforço normal e da esbelteza

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} \text{ (MPa)} \quad (2.28)$$

$$k_2 = n \cdot \frac{\lambda}{170} \leq 0,20 \quad (2.29)$$

em que:

n - esforço normal reduzido, $N_{Ed}/(A_c f_{cd})$

λ - coeficiente de esbelteza

Se o coeficiente de esbelteza , λ , não estiver definido, k_2 pode ser tomado como

$$k_2 = n \cdot 0,30 \leq 0,20 \quad (2.30)$$

Como alternativa simplificada e desde que $\rho \geq 0,01$, os seguintes coeficientes podem ser utilizados:

$$K_s = 0 \quad (2.31)$$

$$K_c = 0,3 / (1 + 0,5\varphi_{ef}) \quad (2.32)$$

Relativamente à rigidez a adoptar nas vigas o EC2 (2004) não é muito claro, contudo, refere que em geral a metodologia inerente aos pilares não é aplicável. A fendilhação parcial e a contribuição do betão traccionado, podem ser considerados, admitindo que as secções estão totalmente fendilhadas, em alternativa pode recorrer-se à secção 7.4.3. No capítulo 4 será feita uma avaliação da influência da rigidez das vigas na quantificação dos efeitos de 2ª ordem.

A partir da rigidez nominal determina-se a carga crítica, a qual condicionará a amplificação dos momentos de primeira ordem da seguinte forma:

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 - F_{V,Ed}/F_{V,B}} \quad (2.33)$$

em que:

$F_{H,0Ed}$ - força horizontal de primeira ordem devida ao vento, às imperfeições, etc.

$F_{V,Ed}$ - carga vertical total nos elementos contraventados e de contraventamento

$F_{V,B}$ - carga global nominal de encurvadura

A carga de encurvadura é determinada, tal como já foi referido, com os valores nominais da rigidez. Posto isto, com a equação (2.33) determinam-se as forças horizontais amplificadas e desta forma incluem-se os efeitos de segunda ordem na análise da estrutura.

Em alternativa ao exposto e no caso de não ser conhecida a carga global de encurvadura, $F_{V,B}$, pode utilizar-se a seguinte equação:

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 - F_{H,1Ed}/F_{H,0Ed}} \quad (2.34)$$

em que:

$F_{H,1Ed}$ - força horizontal fictícia produzindo os mesmos momentos flectores do que a carga vertical, $N_{V,Ed}$, actuante na estrutura deformada, sendo a deformação a provocada por $F_{H,0Ed}$ (deformação de primeira ordem) e calculada com os valores nominais da rigidez obtidos de acordo a equação (2.24).

A equação (2.34) anterior traduz essencialmente um efeito P-Delta, em que traduz os efeitos dos incrementos de carga vertical e de deformação, expressos como forças horizontais equivalentes, as quais são adicionadas por passos sucessivos. Os incrementos irão formar uma série geométrica ao fim de alguns passos.

2.6. COEFICIENTE DE MAJORAÇÃO DOS MOMENTOS

Uma majoração do momento flector de primeira ordem pode resultar no momento total de cálculo, da seguinte forma:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{(N_B/N_{Ed}) - 1} \right] \quad (2.35)$$

em que:

M_{0Ed} - momento de primeira ordem

N_{Ed} - valor de cálculo do esforço normal

N_B - carga de encurvadura baseada na rigidez nominal

β - é um coeficiente que depende da distribuição dos momentos de primeira e de segunda ordem

$\beta = \pi^2/C_0$ - para elementos de secção transversal constante e solicitados por um esforço normal constante.

C_0 é um coeficiente que depende do momento de primeira ordem, Quadro 2.1.

Quadro 2.1 - Coeficiente C_0

Para um momento de 1ª ordem	Constante ou com dupla curvatura	Parabólico	Triangular simétrica	Outros
C_0	8	9,6	12	π^2

A majoração directa dos momentos flectores apenas pode ser feita em estruturas que possuam elementos de contraventamento e que apresentam uma deformação na base da figura seguinte pois, na prática é aplicada aos elementos de contraventamento:

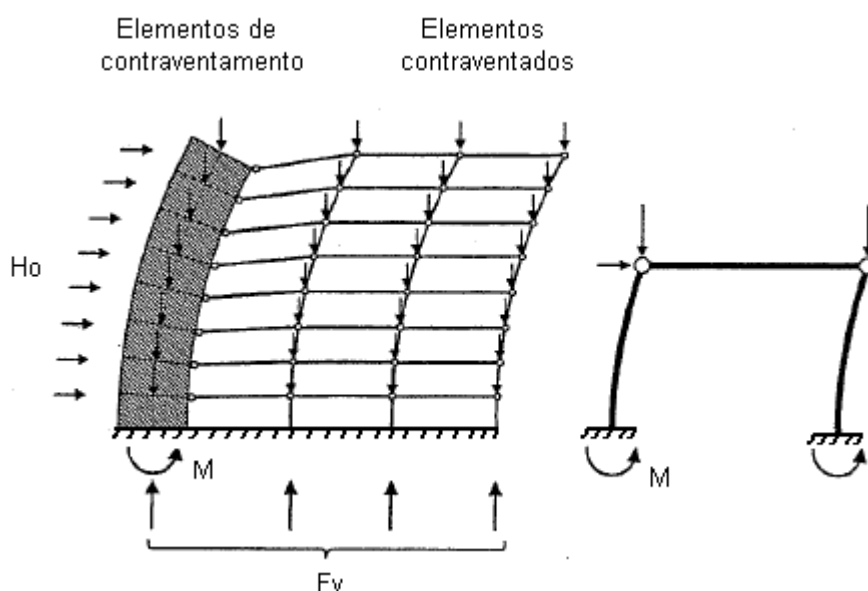


Fig. 2.6 - Exemplo de estrutura onde a equação (2.35) pode ser aplicada.

No caso da figura Fig. 2.7, com deformações de corte relevantes, a inclusão dos efeitos de segunda ordem não deve ser feita pela via apresentada para o exemplo anterior, mas devem admitir-se forças horizontais fictícias, determinadas através da equação (2.33) ou (2.34).

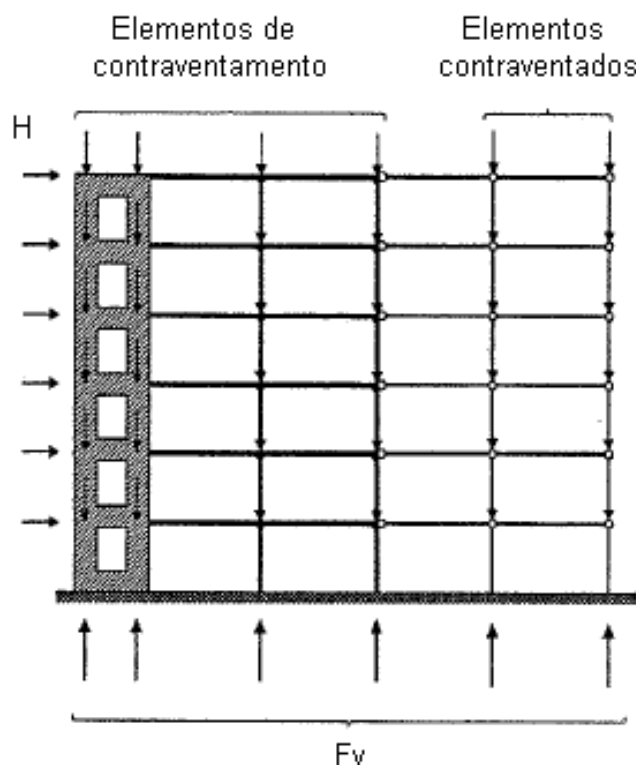


Fig. 2.7 – Exemplo de estrutura em que não se deve majorar o momento mas sim as forças horizontais.

2.7. MÉTODO BASEADO NUMA CURVATURA NOMINAL

Este método assenta no método do pilar padrão em que para um pilar, designado padrão, é associada uma determinada distribuição de curvaturas, podendo ser o pilar bi-articulado ou encastrado numa extremidade e livre na outra. O comprimento do pilar padrão é metade da distância entre pontos de inflexão consecutivos da deformada sinusoidal que toma um pilar em situação de encurvadura, o seu topo corresponde àquele ponto de inflexão ou de momento nulo e a sua base, ou secção crítica, corresponde ao ponto médio da semi-onda, ou seja, o de maior excentricidade relativamente ao primeiro.

O valor máximo da excentricidade da secção do seu ponto de inflexão (topo da coluna padrão) relativamente à secção crítica (base da coluna padrão), pode ser obtida através das seguintes expressões de acordo com:

$$\frac{M}{EI} = \frac{1}{r} \quad (2.36)$$

Mas como

$$M = N_E \cdot e \quad (2.37)$$

em que N_E , representa a carga crítica de encurvadura e calcula-se através de:

$$N_E = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \quad (2.38)$$

Vem

$$\frac{\pi^2 EI \cdot e}{EI l_0^2} = \frac{1}{r} \quad (2.39)$$

Ou

$$e = \frac{l_0^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{r} \approx \frac{l_0^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \quad (2.40)$$

Este resultado que é uma consequência da forma que toma a deformada, tem um significado geométrico simples: a amplitude de uma sinusóide pode ser expressa em função do semi-período, l_0 , e da sua curvatura máxima, $\frac{1}{r}$. Admite-se que o pilar rompeu por encurvadura para um dado esforço axial, N_E .

O método da curvatura nominal tem por base a determinação de uma curvatura a qual tem como base as expressões anteriores. A curvatura base, $1/r_0$, é corrigida em função da carga axial a que o elemento está submetido, através de k_r e da fluência e esbelteza do pilar por intermédio de k_φ . É essencialmente indicado para o estudo de elementos isolados sujeitos a uma força normal constante e com um comprimento efectivo definido l_0 . A partir deste método obtém-se um momento nominal de segunda ordem, o qual é baseado num deslocamento.

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 \quad (2.41)$$

em que:

M_{0Ed} momento de primeira ordem; incluindo o efeito de imperfeições geométricas.

M_2 momento nominal de segunda ordem

Para elementos contraventados com momentos diferentes nas extremidades, M_{01} e M_{02} , deve ser considerado um momento de primeira ordem numa secção intermédia M_{0e} definido por:

$$M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (2.42)$$

M_{01} e M_{02} devem ter o mesmo sinal se produzirem tracção na mesma face e, no caso contrário devem ter sinais opostos. Além disso,

$$|M_{02}| \geq |M_{01}| \quad (2.43)$$

O momento nominal de segunda ordem na equação (2.41) tem o valor:

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2 \quad (2.44)$$

em que:

N_{Ed} - valor de cálculo do esforço

e_2 - excentricidade de segunda ordem

$$e_2 = (1/r) \frac{l_0^2}{c} \quad (2.45)$$

Sendo,

$1/r$ - curvatura

l_0 - comprimento efectivo

c - coeficiente dependente da distribuição da curvatura

No caso se uma secção transversal constante, utiliza-se normalmente $c = 10 (\approx \pi^2)$. Se o momento de primeira ordem for constante, deve considerar-se um valor inferior (8 é um limite inferior que corresponde a um momento total constante).

No caso de elementos de secção transversal constante e simétrica (incluindo as armaduras), pode adoptar-se:

$$1/r = K_r \cdot K_\phi \cdot 1/r_0 \quad (2.46)$$

em que:

K_r - é um factor de correcção dependente do esforço normal

K_ϕ - é um coeficiente que tem em conta a fluência

$$1/r_0 = \varepsilon_{yd} / 0,45d$$

$$\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$$

d - altura útil, se a armadura não estiver toda concentrada nas faces opostas, mas parte dela estiver distribuída paralelamente ao plano de flexão, d é definido por:

$$d = (h/2) + i_s \quad (2.47)$$

em que i_s é o raio de giração da secção total de armaduras.

Na equação (2.46), K_r é igual a:

$$K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) \leq 1 \quad (2.48)$$

em que:

$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd})$ - esforço normal reduzido

N_{Ed} - valor de cálculo do esforço normal

$n_u = 1 + w$

n_{bal} - valor de n correspondente ao momento resistente máximo; pode utilizar-se o valor de 0,4

$w = A_s f_{yd}/A_c f_{cd}$

A_s - área total da secção das armaduras

A_c - área da secção transversal de betão

O efeito da fluência deve ser considerado através do seguinte coeficiente:

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1 \quad (2.49)$$

em que:

φ_{ef} - coeficiente de fluência efectivo; ver 5.8.4

$\beta = 0,35 + f_{ck}/200 - \lambda/150$

λ - coeficiente de esbelteza, ver 5.8.3.1 (EC2, 2004)

2.8. MÉTODO P-DELTA

Há estruturas que pelas suas características, são lineares, solicitadas no domínio dos pequenos deslocamentos e das pequenas deformações. Quer isto dizer que, é razoável estabelecer o equilíbrio na configuração não deformada inicial pois, as pequenas deformações e deslocamentos não afectam os resultados nomeadamente, a determinação dos esforços internos e os deslocamentos. Considerando-se nestes casos que a relação constitutiva tensão - extensão é linear.

Em contrapartida em edifícios altos é fundamental considerar os efeitos dos deslocamentos e extensões pois, são bastante significativos. E por outro lado, as acções verticais nomeadamente o peso próprio e as sobrecargas, geram momentos de segunda ordem, os quais causam deslocamentos adicionais. Este fenómeno traduz o efeito P-Delta. O efeito P-Delta corresponde a um acréscimo de momentos que resulta da deformação da estrutura, mais especificamente um deslocamento horizontal, o qual é consequência da alteração do ponto de aplicação das cargas verticais, não estando mais colineares com os pilares.

Assumindo que o material tem um comportamento elástico, pode apenas ser contabilizada a não linearidade geométrica, ao incluir os efeitos da deformação da estrutura e dos seus deslocamentos finitos na formulação das equações de equilíbrio.

As consequências desta não linearidade são as imperfeições iniciais nas peças estruturais, o efeito P- δ que corresponde à influência do esforço axial na rigidez à flexão de uma barra individual e o efeito P- Δ que corresponde ao aparecimento de um momento desestabilizador nas condições de equilíbrio da estrutura, devido ao deslocamento lateral do ponto de aplicação das cargas.

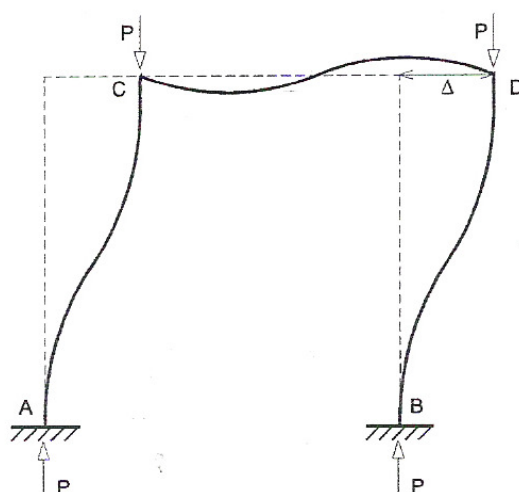


Fig. 2.8 - Efeito P-Δ

O Método P-Delta tem a seguinte sequência de cálculo (Castro P. M., 1998):

1. Calcula-se o deslocamento horizontal elástico a_i em cada piso devido às acções horizontais (H_{sdi}) e verticais (V_{sdi});
2. Avalia-se o deslocamento relativo de cada piso i ;

$$\Delta a_i = a_{i-1} - a_i \quad (2.50)$$

3. Determinam-se as forças horizontais adicionais a introduzir em cada piso i devido à deformação da estrutura:

$$\Delta H_{sdi} = \sum_{j=i}^n V_{sdj} \times \frac{\Delta a_i}{l_i} \quad (2.51)$$

Em que l representa a altura do piso em análise e n o número total de pisos

4. Calcular novamente o deslocamento horizontal elástico para as acções do ponto 1 adicionando ΔH_{sdi}

O processo iterativo finda quando as forças horizontais não diferirem significativamente em relação à iteração anterior.

2.9. CONCLUSÃO

A determinação dos efeitos de segunda ordem envolve alguma complexidade devido à incerteza no que diz respeito ao comportamento real dos elementos e materiais constituintes das estruturas. O EC2 preconiza várias metodologias simplificadas para a quantificação dos efeitos de segunda ordem, tanto para elementos isolados como para estruturas. A segurança dos pilares em relação à encurvadura será assegurada com o dimensionamento das secções críticas, que confere capacidade resistente suficiente para suportar os momentos de cálculo destas secções, ou seja, os momentos inicialmente instalados, acrescidos do agravamento resultante de o esforço axial actuar com a excentricidade que resulta da própria deformação dos pilares.

Com a exposição destes métodos pretendeu-se essencialmente, clarificar algumas questões de aplicação e, por outro lado, a necessidade de avaliar quais as metodologias a usar em cada situação. No entanto, o campo de aplicação dos mesmos será melhor avaliado no capítulo 4.

3

AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM COM RECURSO A DOIS PROGRAMAS DE CÁLCULO UTILIZADOS EM PROJECTO

3.1. INTRODUÇÃO

No presente capítulo, pretende-se explorar algumas funcionalidades de dois programas de cálculo de estruturas, correntemente utilizados em projecto, os SAP2000 e o Robot Millennium. Estas duas ferramentas são bastante utilizadas em projecto, pelas suas reconhecidas capacidades de modelação e cálculo. Têm incorporado vários tipos de análise, as quais apoiam o estudo de variadas estruturas, das quais se realçam a análise linear, análise modal, análise não linear, análise “buckling”, análise P-Delta entre outras.

No âmbito da determinação dos efeitos de segunda ordem, pretende-se avaliar a precisão dos programas, no cálculo da carga crítica de encurvadura. Procurar-se-á estimar qual a melhor discretização a introduzir aos elementos mediante as condições de apoio, de forma a se aproximar razoavelmente da carga crítica teórica. Este estudo será feito sobre elementos isolados e edifícios, atendendo a vários tipos de discretização dos pilares e a diferentes formas de colocação da carga. Por outro lado, a avaliação da carga de encurvadura em estruturas irregulares merece uma atenção particular pelo que, este aspecto será abordado neste capítulo.

Também se pretende determinar a precisão na avaliação dos efeitos de segunda ordem obtida com as duas ferramentas, com recurso a uma análise P-Delta e para o efeito, será estudado um exemplo ilustrativo.

3.2. AVALIAÇÃO DA CARGA CRÍTICA

Para um elemento de secção homogénea, bi-articulado nas extremidades, carregado axialmente com um comportamento elástico perfeito, o valor da carga crítica, foi calculado por Euler em 1744 e é dada por:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \quad (3.1)$$

Onde EI é a rigidez à flexão da secção, sendo E o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia da secção, l_0 é o comprimento efectivo de encurvadura (ou comprimento de Euler, ou o comprimento

elástico ou comprimento equivalente) do pilar (distância entre pontos consecutivos com momento flector nulo). A equação apresentada não atende à deformação axial e conduz a resultados mais reduzidos no caso em que esta deformação é considerada (EC2, 2004).

3.2.1. AVALIAÇÃO DO NÍVEL DE DISCRETIZAÇÃO DOS PILARES

A avaliação da melhor discretização a empregar nos pilares de forma a minimizar os erros, na avaliação da carga crítica, vai ser estudada em quatro tipos de pilares, os quais diferem entre eles nas condições de apoio. Estudar-se-á um pilar bi-articulado, um pilar encastrado na base (consola), um pilar encastrado na base e articulado no topo e por fim um pilar encastrado na base e encastrado no topo. Para estes quatro tipos de pilares é conhecido o comprimento de encurvadura (l_0), os quais são indicados na Fig. 3.1, na qual também se indica o tipo de carregamento que será usado no cálculo da carga crítica, de forma a simplificar a sua determinação.

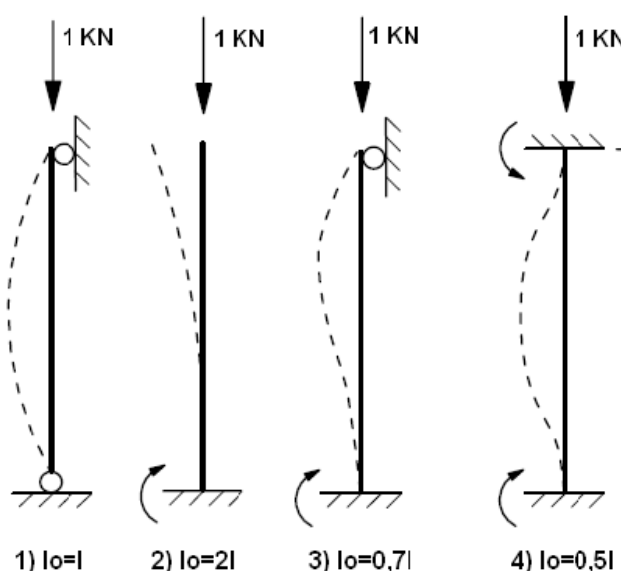


Fig. 3.1 - Exemplos a analisar

As características físicas e geométricas consideradas encontram-se indicadas no Quadro 3.1.

Quadro 3.1 - Características do elemento em estudo

b (m)	h (m)	L (m)	Material	E (GPa)	I (m ⁴)
0,4	0,4	10	C25/30	31	0,0021333

As análises serão efectuadas discretizando o pilar em vários elementos tal como está representado na Fig. 3.2, de forma a avaliar qual a malha que conduz a resultados mais próximos dos que se obtêm com a equação (3.1), carga crítica de Euler.

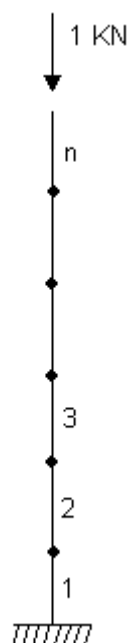


Fig. 3.2 - Consola vertical

A determinação do factor de carga nos programas mencionados anteriormente, revelou que para os casos representados na Fig. 3.1, são coincidentes nas duas ferramentas pelo que, apresenta-se nos pontos seguintes os resultados que se obtiveram para cada um dos casos.

3.2.1.1. Pilar bi-articulado

A análise da carga crítica neste elemento permite tirar algumas ilações, quando avaliada apenas com um elemento, em que não se subdivide, obtêm-se um erro bastante elevado, cerca de 22 % como se pode observar no Quadro 3.2. Contudo, com dois ou mais elementos o erro decresce significativamente. A modelação deste elemento quando inserido numa dada estrutura deve atender a estes aspectos, mais especificamente deve ser discretizado em dois ou mais elementos, pois desta forma conduz a resultados bastantes aceitáveis. O gráfico apresentado na Fig.3.3 permite aferir que o erro é praticamente nulo com uma discretização de dois elementos e praticamente não se altera com o refinamento.

Quadro 3.2 - Análise do pilar bi-articulado.

Número de elementos	Carga crítica elástica		
	Teórico	Sap2000	% Erro
1	6527,098	7936,000	-21,585
2		6576,197	-0,752
3		6537,420	-0,158
4		6530,441	-0,051
5		6528,483	-0,021
6		6527,770	-0,010

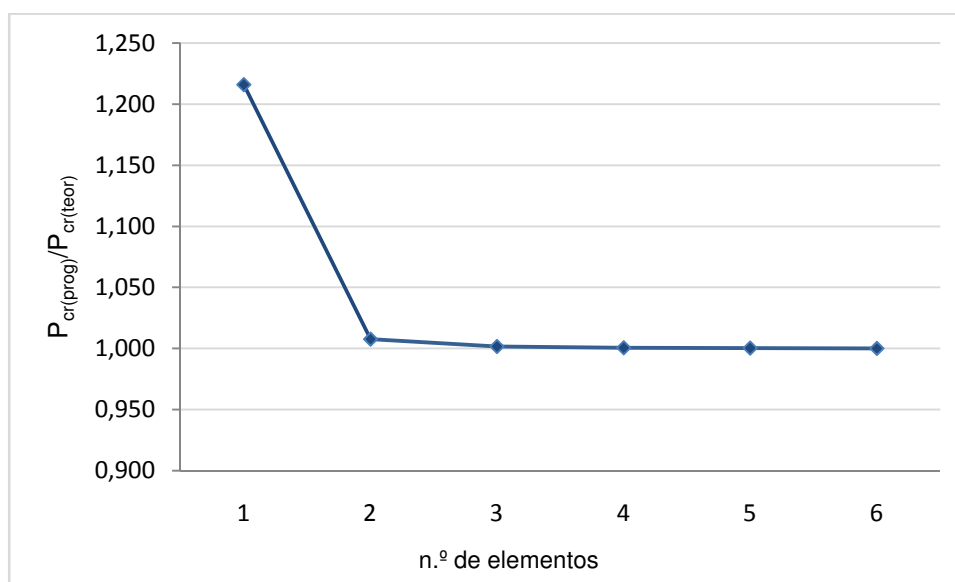


Fig. 3.3 - Discretização do pilar bi-articulado

3.2.1.2. Pilar encastrado na base (Consola)

Analisando o Quadro 3.3 e a Fig. 3.4, depreende-se que a avaliação da carga crítica no pilar encastrado na base, é bastante satisfatória para qualquer discretização, pois mesmo no caso em que não se divide, obtém-se um erro pequeno, inferior a 1 %. Um nível de discretização baixo conduz a valores de cargas críticas muito próximos da carga crítica de Euler, o erro é praticamente nulo.

Quadro 3.3 - Análise do pilar encastrado na base

Número de elementos	Carga crítica elástica		
	Teórico	Sap2000	% Erro
1	1631,775	1644,049	-0,752
2		1632,610	-0,051
3		1631,943	-0,010
4		1631,828	-0,003
5		1631,797	-0,001
6		1631,785	-0,001

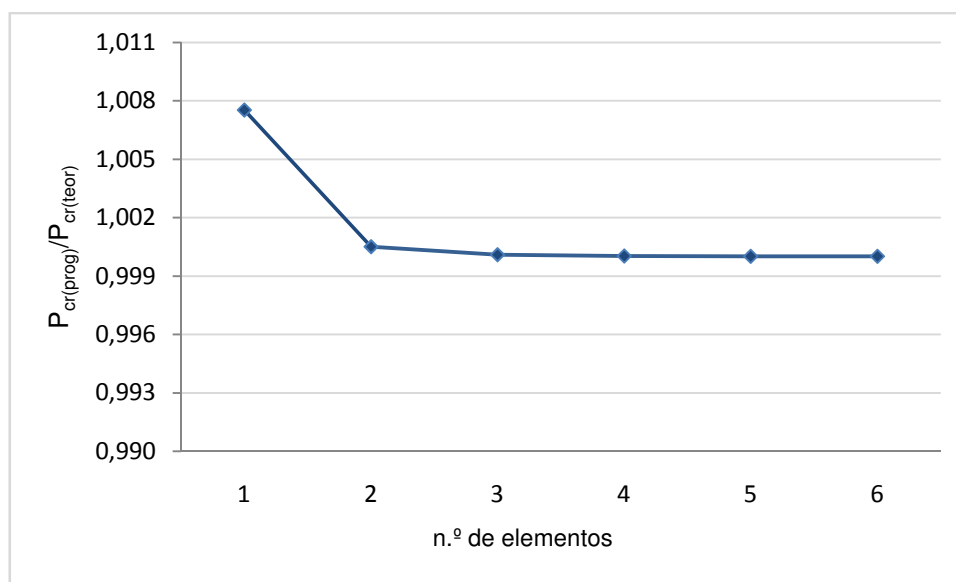


Fig. 3.4 - Discretização do pilar encastrado na base

3.2.1.3. Pilar encastrado- articulado

Este elemento conduziu a resultados particulares, na medida em que demonstrou uma convergência para a carga crítica teórica mais lenta. A análise de um elemento apenas conduz a um valor de carga crítica cerca de 1,5 vezes superior ao valor teórico. Com dois elementos o erro ainda é de 3 %, com três cai para cerca de 1 %, daí a modelação deste elemento requer uma atenção própria, é mais seguro fazê-la com três ou mais elementos.

Quadro 3.4 - Análise do pilar encastrado-articulado

Número de elementos	Carga crítica elástica		
	Teórico	Sap2000	% Erro
1	13320,609	19840,000	-48,942
2		13695,420	-2,814
3		13434,745	-0,857
4		13380,237	-0,448
5		13364,337	-0,328
6		13358,445	-0,284

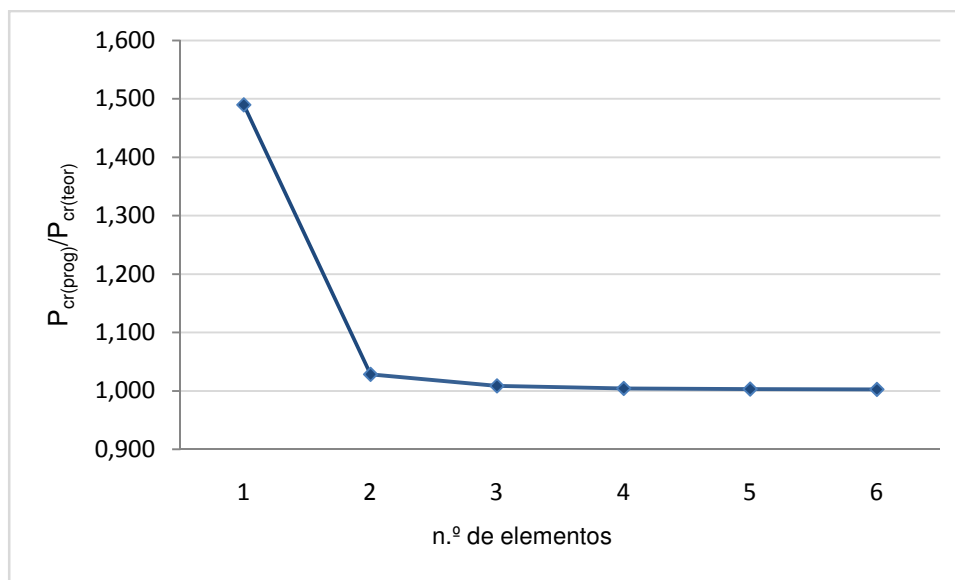


Fig. 3.5 - Discretização do pilar encastrado-articulado

3.2.1.4. Pilar encastrado-encastado

Por fim o pilar bi-encastado quando modelado apenas com um elemento não fornece nenhum valor de carga crítica. Este aspecto deve-se ao facto destes programas não formarem a matriz de rigidez elástica da estrutura, uma vez que, para o pilar bi-encastado sem qualquer nó intermédio todos os graus de liberdade estão restringidos. À medida que a discretização aumenta a proximidade entre os valores que se obtêm nos programas e o valor teórico aumenta. Contudo, com um nível de discretização de três, houve um maior afastamento, no entanto pela ordem de grandeza do erro não é preocupante.

Quadro 3.5 - Análise do pilar bi-encastado

Número de elementos	Carga crítica elástica		
	Teórico	Sap2000	% Erro
1		-	-
2	26108,394	26453,333	-1,321
3		26680,284	-2,190
4		26304,789	-0,752
5		26192,096	-0,321
6		26149,680	-0,158

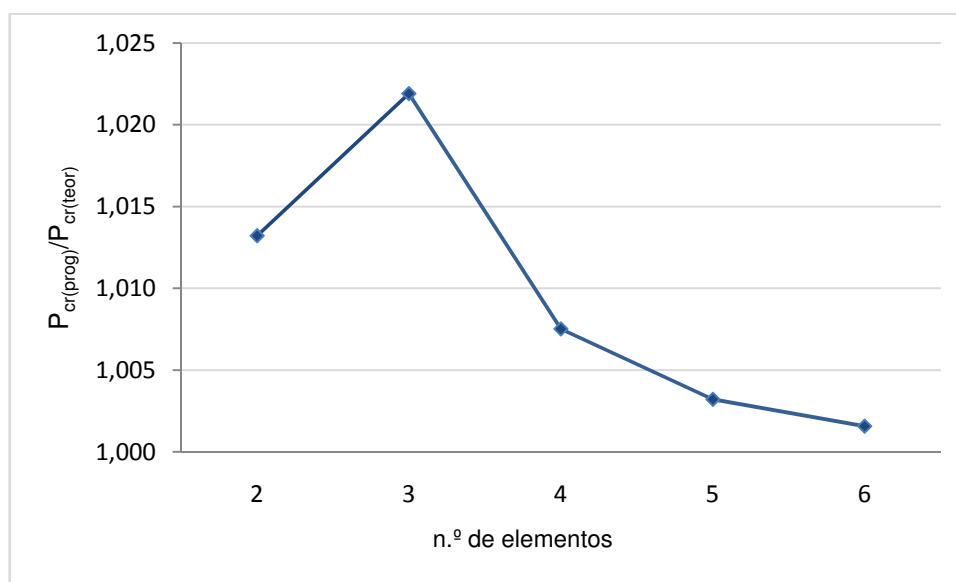


Fig. 3.6 - Discretização do pilar bi-encastado

3.2.1.5. Conclusões

Analisando os resultados verifica-se que à medida que a discretização do elemento aumenta, consegue-se menores erros, tendendo para a solução teórica com poucas divisões. A partir dos resultados obtidos infere-se também que modelar o pilar apenas como um único elemento conduz a resultados com erros de aproximadamente 22 % para o exemplo 1) e cerca de 50 % para o exemplo 3), pelo que é fundamental considerar mais elementos. Avaliando os erros para uma discretização superior chega-se à conclusão que para o exemplo 3) a convergência é mais lenta daí, serão mais aceitáveis os resultados obtidos a partir da consideração de 3 elementos.

Conseguem-se mais três graus de liberdade com a adição de cada nó surgindo duas configurações de ruptura por cada nó também. Para o exemplo 1) e 2) é suficiente modelar o pilar apenas com um nó intermédio, uma vez que se verificam erros insignificantes.

Em todos os resultados obtidos há uma característica comum, ou seja, são todos superiores ao valor que se obteve através da expressão de Euler, não estando portanto do lado da segurança. Contudo, é de realçar que como os erros para as discretizações sugeridas são muitos pequenos, o aspecto referido anteriormente atenua-se, podendo não ser tomado em linha de conta.

3.3. AVALIAÇÃO DA CARGA CRÍTICA EM ESTRUTURAS

No âmbito deste trabalho, a avaliação da carga crítica de encurvadura é fundamental, pelo que é pertinente fazer uma avaliação da sensibilidade de algumas estruturas no factor de carga, quando se varia o nível de discretização na modelação dos pilares e quando solicitada de diferentes formas, mantendo sempre constante a carga global. As análises serão efectuadas nos dois programas em estudo de forma a perceber as diferenças entre as formas de análise das duas ferramentas.

A avaliação da carga crítica recorrendo aos programas permite visualizar as deformadas associadas aos vários modos de encurvadura, as quais devem ser analisadas para perceber qual a deformada correspondente à instabilidade global da estrutura.

3.3.1. VARIAÇÃO DA CARGA

Com o objectivo de avaliar qual a variação do valor da carga crítica de encurvadura, quando se colocam as cargas com disposições distintas, uma mesma estrutura será sujeita a três tipos de carregamento distintos em que se mantém o valor da carga total. Nas três situações o valor da carga global é de 2400 kN.

O exemplo a usar está representado na Fig. 3.7 e as características estão indicadas no Quadro 3.6.

Quadro 3.6 - Dados do exemplo

	b(m)	h(m)	L(m)	Material	E (GPa)	I (m ⁴)
pilares	0,35	0,35	3	C20/25	30	0,001251
vigas	0,25	0,46	5	C20/25	30	0,002028

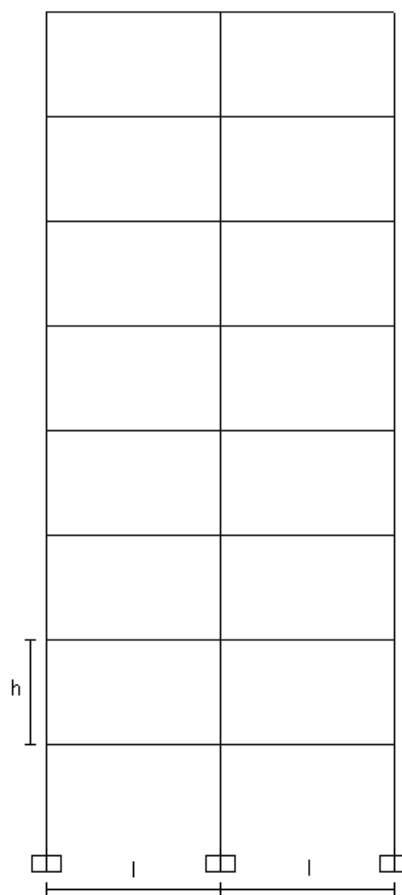


Fig. 3.7 - Estrutura de análise

A estrutura em análise será submetida a uma carga p , o vão l , é de 5 m e a altura de cada piso de 3 m. Visando o objectivo mencionado, determinar-se-á a carga global de encurvadura para as situações a), b) e c), representadas na figura seguinte:

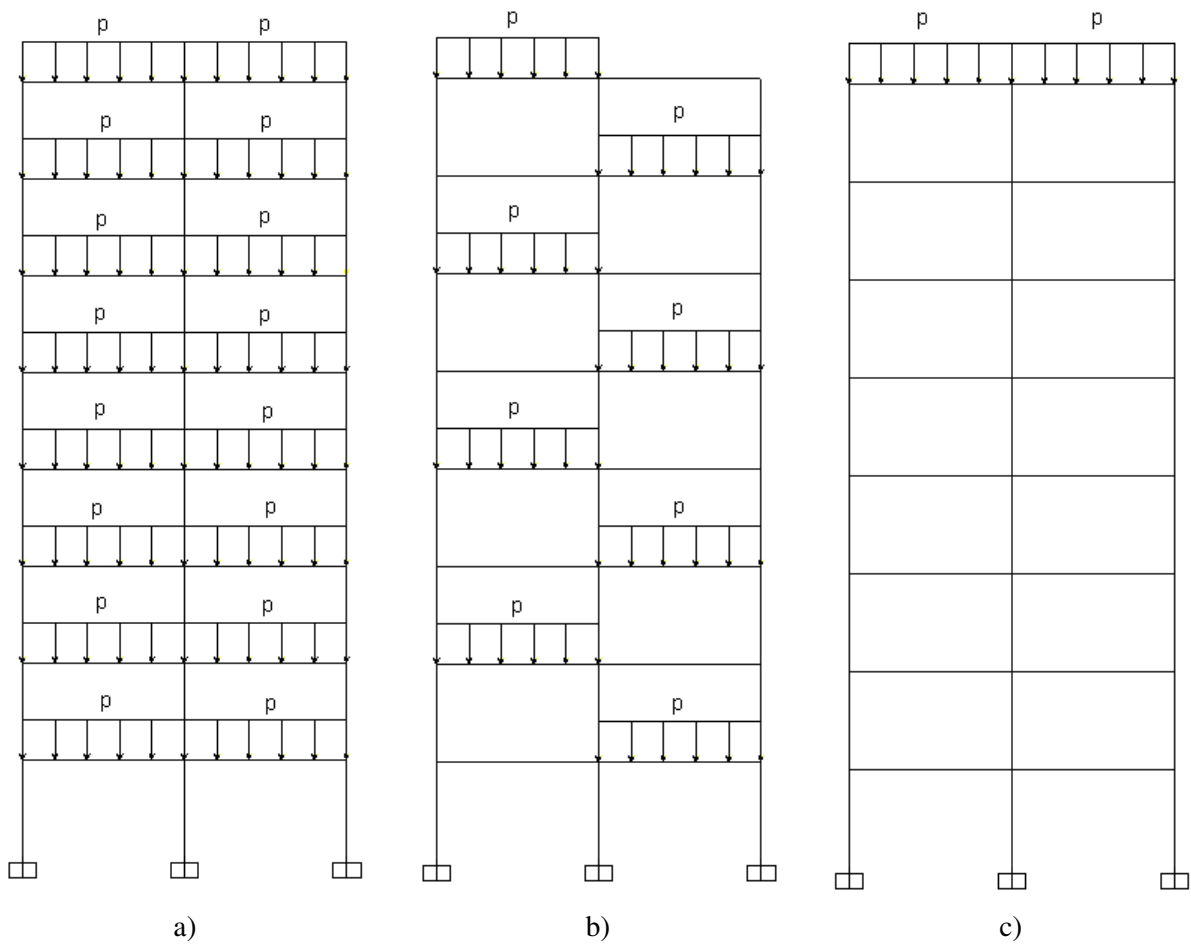


Fig. 3.8 - Vários casos de carga

Na estrutura a) p é de 30 kN/m, na b) 60 kN/m e finalmente na c) p vale 240 kN/m. Posto isto, obtiveram-se os valores da carga crítica representados no quadro seguinte:

Quadro 3.7 - Síntese dos valores da carga crítica

Caso	λ_{cr}	P_{global} (kN)	P_{cr} (kN)
a)	28,18		67638,67
b)	28,18	2400	67631,83
c)	18,94		45451,97

Tal como se pode observar na tabela anterior, os diferentes casos de carga conduzem a valores de carga global de encurvadura distintos, mesmo tendo a carga global igual. A situação a) e b), são muito semelhantes pois, a colocação da carga está feita de uma forma distribuída em altura. Contudo, a concentração da carga no topo do edifício, situação c), conduz a uma carga global de encurvadura bastante distinta e inferior, com uma ordem de grandeza diferente, uma vez que a estrutura está muito solicitada numa determinada zona, conduzindo a uma instabilidade mais rápida.

Os resultados anteriores validam a ideia de que uma mesma estrutura, com uma determinada carga global, manifesta diferentes cargas globais de encurvadura quando solicitada de formas distintas. É fundamental ter esta ideia presente quando se pretende avaliar a carga crítica de um edifício, pois as

análises são feitas com base em combinações de carga, o que por si só já conduz a valores de cargas globais de encurvadura distintos, no entanto para as situações semelhantes aos casos a) e b), o factor de carga é praticamente igual. É necessário ter uma particular atenção para os casos em que as cargas ficam mais concentradas, pois nesse caso, a carga de encurvadura é bastante alterada.

Em suma, numa situação de projecto corrente, para avaliar a carga de encurvadura, é necessário estudá-la em cada combinação de carga e assim desta forma controla-se o comportamento da estrutura para cada situação.

3.3.2. AVALIAÇÃO DOS MODOS DE ENCURVADURA

Os programas em estudo, tal como referido, permitem calcular a carga crítica através de uma análise “buckling” e possibilitam a visualização da deformada dos modos de encurvadura. Com o intuito de melhor expor este assunto, far-se-á uso de um exemplo, retirado da tese de Vila Pouca (1992) o qual determinou a carga crítica elástica com recurso a outra ferramenta, PORT2. Estes valores servem como base de comparação, para controlar os resultados que se obtêm nas ferramentas em análise. Também se pretende com este exemplo, inferir qual o efeito do nível de discretização no valor da carga crítica, numa estrutura.

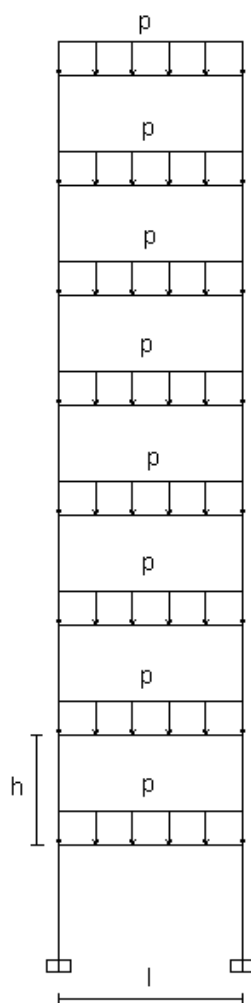


Fig. 3.9 - Estrutura a analisar

A estrutura representada na figura está submetida a uma carga p de 30 kN/m, l é de 5 m e h de 3 m, as restantes características dos elementos encontram-se no Quadro 3.8.

Quadro 3.8 – Características dos elementos da estrutura

	b (m)	h (m)	L (m)	Material	E (GPa)	I (m ⁴)
pilares	0,35	0,35	3	C20/25	30	0,001251
vigas	0,25	0,45	5	C20/25	30	0,001898

Tal como referido, com o objectivo de avaliar qual a sensibilidade da estrutura com vários tipos de discretização dos elementos, adoptou-se três tipos de discretização dos pilares, um dois e três elementos. Na figura seguinte apresentam-se os resultados obtidos no SAP2000 e no Robot, fazendo-se o confronto com a carga crítica de referência adoptada, $(P_{cr})_{ref}$, sendo este valor o retirado de Vila Pouca (1992).

Quadro 3.9 - Síntese dos resultados obtidos

Nr. Elementos	(Pcr)ref	Sap2000	erro %	Robot	erro %
1	39429	40683,96	-3,183	40683,96	-3,183
2		40607,33	-2,988	40607,28	-2,988
3		40589,54	-2,943	40589,52	-2,943

A carga crítica obtida com recurso às duas ferramentas apresentadas, para os vários níveis de discretização é igual nos dois programas, o que leva a concluir que as potencialidades nesta análise são similares. Comparando os resultados obtidos com o valor tomado como de referência, depreende-se que o erro associado é aproximadamente 3%, portanto, os valores obtidos são bastante fiáveis. Por outro lado, o erro diminui à medida que a divisão de elementos aumenta.

Os programas em análise permitem obter a carga crítica e visualizar a deformada correspondente aos vários modos de encurvadura. Na Fig. 3.10 ilustra-se os dois primeiros modos de encurvadura para o exemplo representado na Fig. 3.9, obtidos com o programa SAP2000.

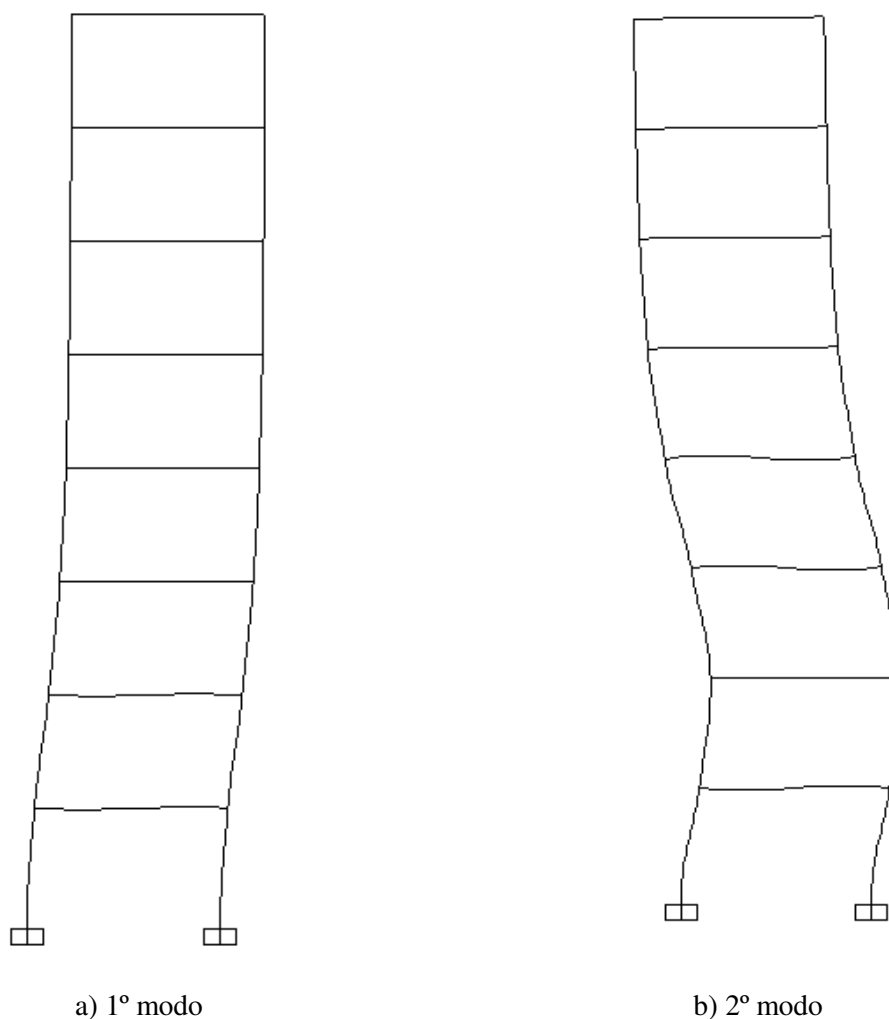


Fig. 3.10 - Configuração da deformada de dois modos de encurvadura

É importante ver a configuração da deformada associada ao factor de carga que se obtém nos programas, para verificar se corresponde à instabilidade global do edifício. Por vezes pode haver aspectos na geometria do edifício que conduzam no primeiro modo de encurvadura à instabilidade local de um pilar, tal como se verificou no exemplo representado na Fig. 3.11. Este exemplo visa mostrar uma situação de instabilidade local pelo que, tem características particulares, ou seja, todos os elementos têm as características indicadas no Quadro 3.10, a menos do pilar central do último piso, o qual tem uma secção quadrada de $0,20 \times 0,20 \text{ m}^2$. O edifício está submetido a uma carga p de 30 kN/m^2 , o comprimento, l , das vigas, é de 5 m e os pilares têm uma altura, h , de 3 m , excepto o último piso que tem 6 m de altura.

Quadro 3.10 - Características dos elementos

	b (m)	h (m)	L (m)	Material	E (GPa)	I (m ⁴)
pilares	0,35	0,35	3	C20/25	30	0,001251
vigas	0,25	0,46	5	C20/25	30	0,002028

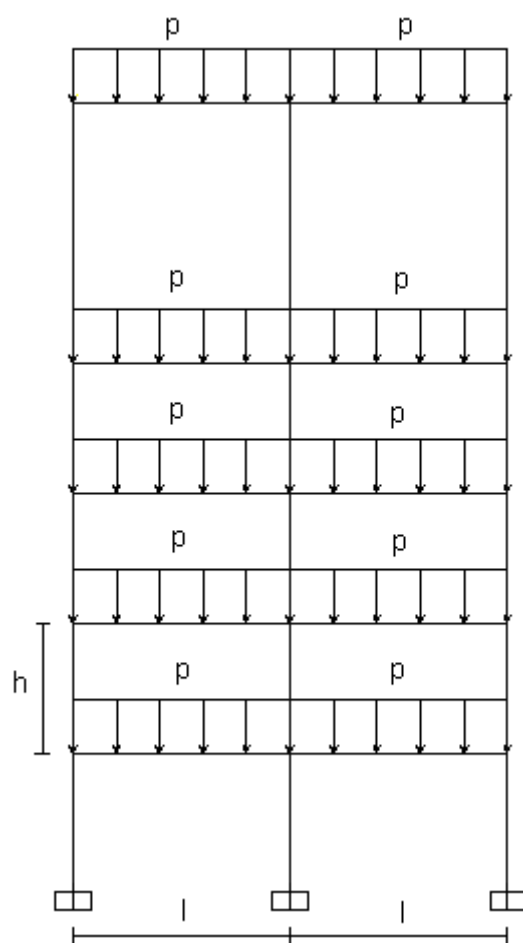


Fig. 3.11 – Exemplo de estudo

O edifício em questão, com o nível de carga indicado, foi submetido a uma análise “buckling”, obtendo-se para o primeiro modo de encurvadura a seguinte configuração de deformada:

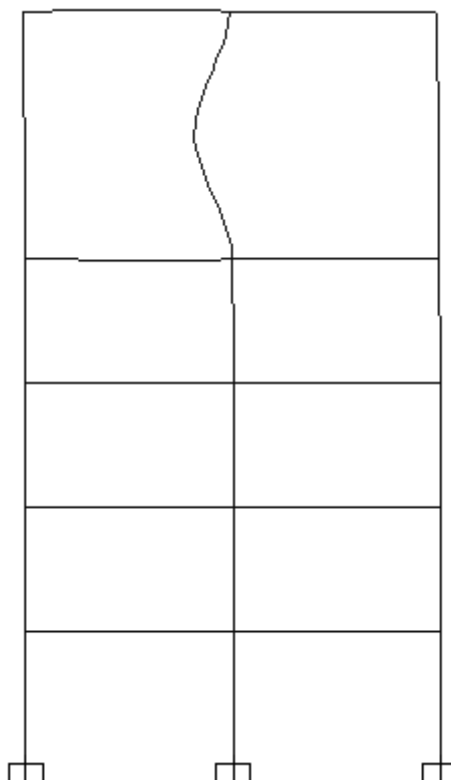


Fig. 3.12 – Configuração da deformada do primeiro modo de encurvadura.

Este pequeno exemplo ilustra uma situação pertinente, pois o objectivo nesta análise é obter a carga de encurvadura global do edifício e não a correspondente à encurvadura local. Daí é necessário verificar qual a deformada de forma a salvaguardar estas situações e no caso de acontecer deve procurar-se identificar o modo de encurvadura associado à instabilidade global.

3.4. ANÁLISE P-DELTA NAS DUAS FERRAMENTAS

O programa SAP2000 apoia-se na ideia de que um caminho para incluir os efeitos de segunda ordem na análise estática e dinâmica é o uso da matriz de rigidez geométrica. Muitas técnicas têm sido propostas para avaliar estes efeitos, alguns métodos consideram que é um problema de não linearidade geométrica e são propostos soluções iterativas que podem ser numericamente ineficientes.

O problema P-Delta pode ser linearizado e a solução do problema obtida directamente e exactamente, sem iterações, no tipo de estruturas onde o peso é constante durante o movimento lateral e os deslocamentos globais da estrutura podem ser considerados pequenos, quando comparados com as dimensões da estrutura. Além disso, o esforço numérico adicional é desprezável.

O método não necessita de iterações porque a força axial total em cada piso, é igual ao peso da estrutura sob o piso e não é alterada durante a aplicação das forças laterais. Portanto, a soma da coluna dos termos da rigidez geométrica associados às forças laterais, é zero, e apenas a força axial causada pelo peso da estrutura precisa ser incluído na avaliação dos termos da matriz de rigidez geométrica para o edifício completo.

Os efeitos do P-Delta são implementados numa formulação analítica básica, desta forma, podem ser consistentemente incluídos na análise estática e dinâmica.

Segundo Wilson (2002) o problema definido pode ser traduzido pela seguinte figura:

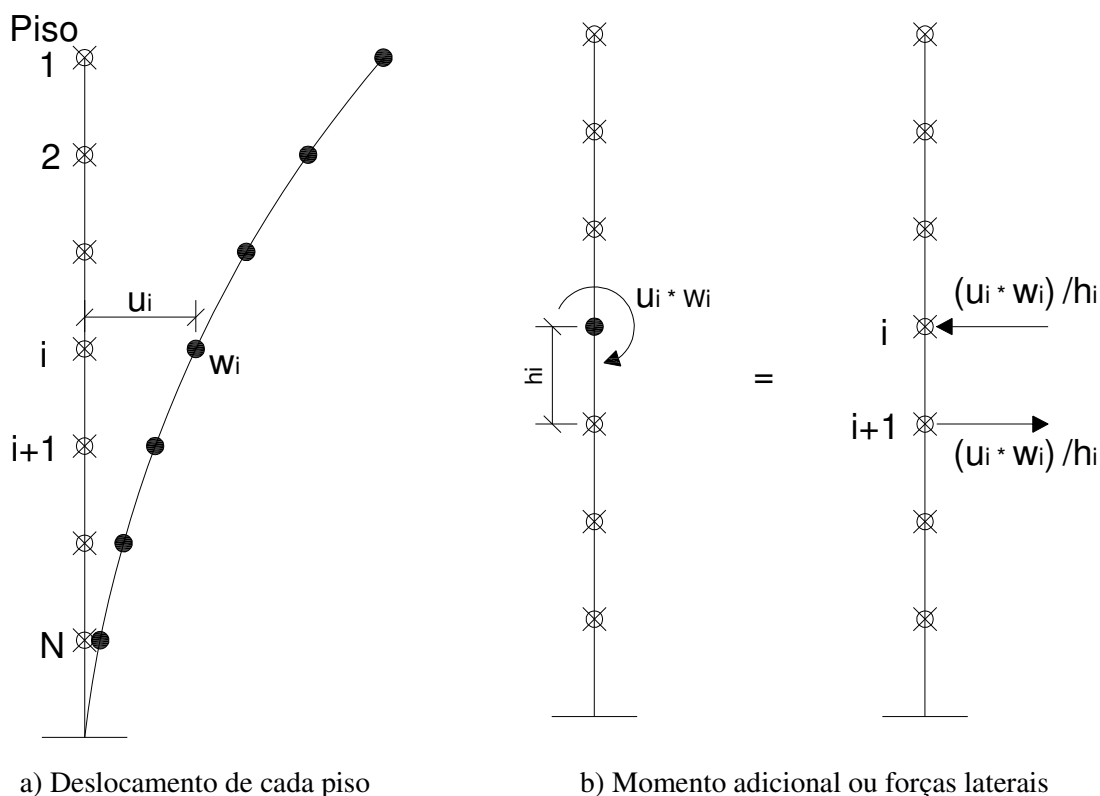


Fig. 3.13 – Forças adicionais

A coluna equivalente ilustrada na figura anterior traduz de forma simples o efeito P-Delta que se pretende explicar. Sob deslocamentos laterais, considera-se um momento adicional ao nível de cada piso, o momento total é a soma da contribuição de todos os pisos. Na figura da direita está indicado o sistema de forças estaticamente equivalente que produz o mesmo momento de derrube.

Em suma, o Sap2000 determina os efeitos de segunda ordem através de uma análise P-Delta, admitindo que as forças verticais não são alteradas e desta forma não realiza um método iterativo. Relativamente ao Robot, não se encontrou informação específica relativamente à forma como avalia os efeitos de segunda ordem, daí com o exemplo seguinte pretende-se compreender a forma como o faz.

3.4.1. ANÁLISE P-DELTA - EXEMPLO

Neste ponto, pretende-se com um pequeno exemplo, determinar os efeitos de segunda ordem através de uma análise P-Delta, com recurso às duas ferramentas de cálculo em análise e assim avaliar as suas potencialidades nesta análise. Também se pretende determinar os factores de carga e confrontá-los com a resolução analítica. Para tal, indicam-se as matrizes de rigidez elástica e geométrica de um elemento com seis graus de liberdade, tal como o indicado na Fig. 3.14.

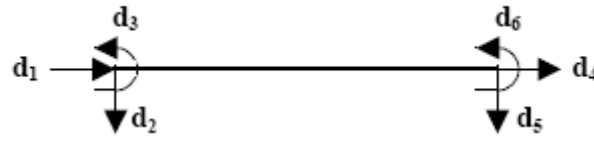


Fig. 3.14 - Elemento com seis graus de liberdade

O elemento representado na figura anterior tem a seguinte matriz de rigidez elástica e matriz geométrica:

$$k_E = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$k_G = P \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5L} & \frac{1}{10} & 0 & -\frac{6}{5L} & \frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{10} & \frac{2}{15L} & 0 & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{30L} \\ -\frac{1}{L} & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5L} & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{6}{5L} & -\frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30L} & 0 & -\frac{1}{10} & \frac{2}{15L} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Estudou-se uma consola com as características indicadas no Quadro 3.11, sujeita a uma força de compressão, P , de 100 kN e uma força horizontal, H , de 5 kN, tal como está indicado na Fig. 3.15.



Fig. 3.15 – Elemento em estudo

Quadro 3.11 - Características do elemento em estudo

b (m)	h (m)	L (m)	Material	E (GPa)	I (m ⁴)
0,3	0,3	10	C20/25	30	0,000675

Consideraram-se dois graus de liberdade no topo da consola, o deslocamento horizontal, d_2 e a rotação, d_3 , tal como está representado na Fig. 3.14. Desta forma, a matriz de rigidez elástica (K_E) e a matriz de rigidez geométrica (K_G) da estrutura, obtêm-se a partir das equações (3.2) e (3.3) e são as seguintes:

$$K_E = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ \frac{6}{L} & 4 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$K_G = -P \begin{bmatrix} \frac{6}{5L} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{2L}{15} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Inicialmente determinaram-se os parâmetros de carga de forma analítica, resolvendo o seguinte sistema:

$$Det(K_E - \lambda K_G) = 0 \quad (3.6)$$

Obtendo-se os parâmetros de carga apresentados na equação (3.7).

$$\lambda_1 = 5,03407 \quad e \quad \lambda_2 = 65,16593 \quad (3.7)$$

Efectuando uma análise “buckling” nos dois programas, obtém-se os mesmos resultados, o que leva a concluir que a forma de cálculo da carga crítica é similar à definida analiticamente, tal como já foi verificado anteriormente.

Posteriormente determinaram-se os deslocamentos fazendo introduzir a matriz de rigidez geométrica, ou seja, fez-se uma análise não linear geométrica, o que neste caso se resume a uma iteração uma vez que o esforço axial não é alterado, ou seja:

$$(K_E - K_G) * u = F \quad (3.8)$$

Obtendo-se os seguintes deslocamentos:

$$d_2 = 0,10259 \, m \quad e \quad d_3 = 0,01552 \, rad \quad (3.9)$$

Considerou-se uma outra abordagem, em que se introduz a não linearidade geométrica através das forças horizontais, ou seja, resolve-se o método iterativo (método P-Delta), determinando o incremento de força a adicionar devido à deformada da estrutura. Na primeira iteração considera-se a deformada elástica e calcula-se uma força horizontal fictícia, a qual provoca o mesmo momento na base que a força vertical na posição deformada. Adicionando essa força à estrutura determina-se uma nova deformada e avalia-se o acréscimo de deslocamento verificado e com este calcula-se novo incremento de força horizontal. Este processo é repetido até que entre iterações consecutivas, o incremento de força horizontal seja muito pequeno. No presente exemplo, foi aplicado o método descrito, fizeram-se várias iterações até que o erro associado foi praticamente nulo. Obtendo-se os seguintes deslocamentos:

$$d_2 = 0,09852 \, m \quad e \quad d_3 = 0,01478 \, rad$$

Posto isto, fez-se uma análise P-Delta nos dois programas em análise, obtendo-se:

$$\text{SAP2000} \quad \rightarrow \quad d_2 = 0,10258 \, m \quad e \quad d_3 = 0,01552 \, rad$$

$$\text{Robot} \quad \rightarrow \quad d_2 = 0,09851 \, m \quad e \quad d_3 = 0,01478 \, rad$$

Os resultados obtidos nos dois programas são distintos, o que leva a concluir desde logo que os efeitos de segunda ordem são calculados de forma diferente pelos dois programas. O resultado obtido com recurso à resolução analítica do método iterativo através das forças horizontais, é praticamente igual ao que se obteve no Robot, ou seja, este programa determina os efeitos de segunda ordem de uma forma mais precisa, resolvendo intrinsecamente um método iterativo. Por outro lado, os resultados obtidos através do Sap2000 são sensivelmente semelhantes aos que se obtêm com o cálculo da equação (3.8). Este aspecto reforça o que já foi dito anteriormente relativamente a esta ferramenta, ou seja, na análise P-Delta, o Sap2000 incorpora a matriz geométrica e por considerar que o esforço axial não varia consideravelmente, não resolve um método iterativo.

3.5. CONCLUSÃO

Com este capítulo pretendeu-se avaliar as potencialidades de dois programas na quantificação dos efeitos de segunda ordem e na obtenção da carga crítica. Para os exemplos e situações analisadas nas duas ferramentas, elementos isolados e estruturas porticadas, obtiveram-se valores de carga crítica muito próximos e ambos permitem visualizar as deformadas associadas aos modos de encurvadura. Relativamente à quantificação dos efeitos de segunda ordem, fazendo uma análise P-Delta, os resultados são nitidamente distintos. O SAP2000 não realiza um método iterativo, pois admite que o esforço axial não varia significativamente, incluindo apenas a matriz geométrica, noutra instância está o Robot, este apresenta resultados mais próximos com os que se obtém efectuando um método iterativo, o qual foi verificado no exemplo efectuado.

O valor da carga crítica é sensível à forma como as estruturas são modeladas, este valor bem mais alterado ou menos em função das condições de apoio dos pilares e do nível de discretização dos pilares, na medida em que, quanto maior o nível de discretização, maior a precisão nos valores obtidos. Um outro aspecto a ter em conta prende-se com a forma como as cargas são colocadas na estrutura, ou seja, diferentes tipos de carregamento conduzem a valores de carga global de encurvadura também diferentes. Posto isto, como as estruturas são analisadas com base nas combinações de carga, as quais por si só são diferentes daí, interessa avaliar a carga crítica em cada uma. Especialmente nas combinações em que se têm forças concentradas de algum relevo, pois nestas a instabilidade pode dar-se para um valor de carga inferior uma vez que a estrutura está sujeita a uma solicitação mais localizada, fragilizando mais a estrutura. O factor de carga que se retira das ferramentas requer uma análise prévia pois, o primeiro modo pode corresponder a uma instabilidade local e não global.

A avaliação da carga crítica global de encurvadura a partir das ferramentas de cálculo requer uma análise criteriosa da estrutura e dos resultados, para se perceber qual a fiabilidade dos valores obtidos.

4

APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM SEGUNDO O EC2

4.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se aferir sobre a forma e campo de aplicação das metodologias propostas pelo EC2 (2004), para a quantificação dos efeitos de segunda ordem em estruturas de betão armado. Este estudo será efectuado, tendo presente a necessidade de perceber qual a aplicabilidade destes métodos numa situação real de projecto.

Pretende-se estudar o método da rigidez nominal mais especificamente, a expressão H.7 e H.8 presentes no *Anexo H* do EC2. Este método pode ser utilizado em elementos isolados ou em estruturas, desde que se avalie adequadamente a rigidez reduzida dos elementos constituintes. Com esta rigidez definida aplicar-se-á outro método, o qual de uma forma simples, avalia os momentos com inclusão dos efeitos de segunda ordem, através de um coeficiente de majoração de momentos representado na equação (2.35). Contudo, esta forma de avaliar a encurvadura, não é extensível a todo o tipo de estruturas, apenas se aplica a elementos isolados ou, estruturas com um comportamento semelhante, tal como foi referido no capítulo 2, pelo que a análise deste coeficiente cingir-se-á à aplicação a um elemento isolado. Um outro método a avaliar é o método baseado na curvatura nominal que é essencialmente indicado para o estudo de elementos isolados daí, tendo isto presente determinar-se-ão os efeitos de segunda ordem num elemento isolado e num pórtico simples com aplicação deste método.

As análises mencionadas incidirão em estruturas porticadas retiradas da tese de Delgado (2002), o qual aplicou a metodologia proposta por Castro (1998), em que inclui a análise não linear do material e geométrica. A metodologia proposta designa-se por método PC, este resume-se a um processo iterativo de dimensionamento, o qual envolve uma sequência de análises não lineares geométricas e do material da estrutura. Impõe uma inclinação parasita para atender às imperfeições geométricas. O processo iterativo necessita de uma solução inicial de dimensionamento a qual advém dos esforços elásticos, obtidos da aplicação da solicitação de cálculo à estrutura geometricamente afectada da inclinação parasita.

Pretende-se essencialmente, efectuar uma comparação das várias metodologias preconizadas na regulamentação em estudo, inferindo sobre a viabilidade da aplicação das mesmas, em diferentes tipos de estruturas, salvaguardando a segurança das mesmas.

4.2. DESCRIÇÃO GLOBAL DAS ESTRUTURAS ANALISADAS

Alguns exemplos de aplicação seleccionados têm como principal função permitir a avaliação da qualidade dos métodos de quantificação dos efeitos de 2ª ordem. O porquê destas estruturas prende-se com as suas características, as quais propiciam o aparecimento dos efeitos de segunda ordem e por outro lado, permitem aferir sobre os resultados obtidos, na medida em que, os resultados apresentados por Delgado (2002) avaliados através do método PC, servem como base de comparação.

Foram seleccionados dois pórticos com características de simetria de geometria, secções e solicitações e com diferentes números de andares. Cujas designação está sistematizada no quadro seguinte:

Quadro 4.1 – Designação das estruturas porticadas de aplicação

Designação	Número de Andares	Número de Tramos
PT11	1	1
PT41	4	1

Os materiais constituintes das estruturas são betão da classe C20/25 e aço da classe A400 Delgado (2002) na aplicação do método PC, o qual atende à não linearidade material e geométrica, adoptou uma configuração da malha de elementos finitos, das vigas e dos pilares, do género da apresentada na Fig. 4.1. A malha apresentada caracteriza-se pela adopção de elementos de menor dimensão nas extremidades dos pilares e nas extremidades e zona central das vigas, atendeu-se a esta divisão por representarem as zonas de ocorrência de maiores esforços.

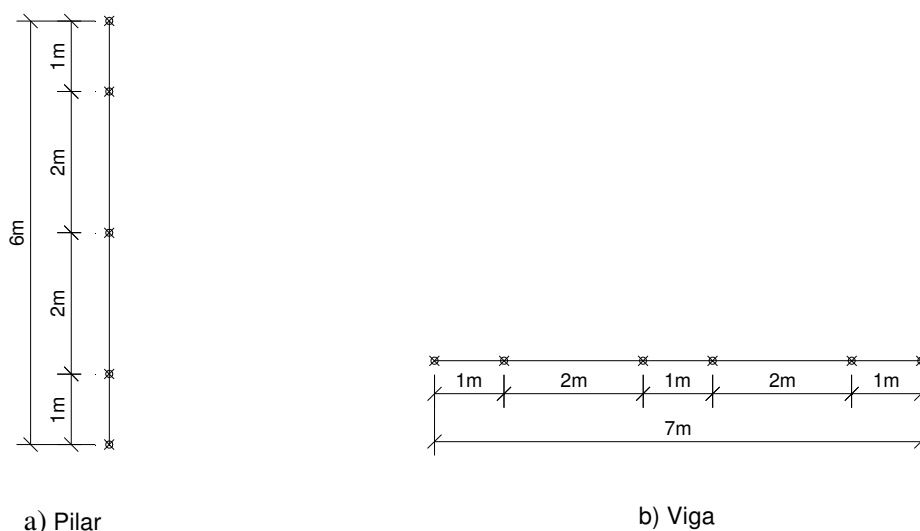


Fig. 4.1 – Malha de elementos finitos para pilares e vigas

Interessa referir que as análises efectuadas sobre as estruturas PT11 e PT41 foram feitas utilizando as armaduras finais apresentadas por Delgado (2002), baseadas nos esforços obtidos com recurso ao método PC pois, desta forma efectua-se uma comparação baseada nas mesmas condições. Os critérios de dimensionamento utilizados, para a obtenção dessas armaduras, foram os habitualmente utilizados em projecto de estruturas de betão armado e de acordo com a regulamentação em vigor à data de

desenvolvimento do trabalho (REBAP). Foram admitidas secções simetricamente armadas para os pilares e secções simplesmente armadas para as vigas. As estratégias de quantificação e disposição das armaduras dos vários elementos constituintes das estruturas, encontram-se devidamente detalhadas por Delgado (2002).

Decidiu-se não introduzir os efeitos devido à fluência para poder desta forma comparar resultados obtidos por Delgado (2002) já que este também não os contabilizou nas aplicações sobre os exemplos em estudo.

Tal como referido, também se aplicarão as várias metodologias a um elemento isolado, o qual é uma simples consola, realizada em betão C20/25 e aço A400.

4.3. APLICAÇÃO DO MÉTODO DA RIGIDEZ NOMINAL

Neste ponto, pretende-se efectuar um estudo de aferição da qualidade dos resultados obtidos com a aplicação do método da rigidez nominal. Para o efeito efectuar-se-á um estudo incidindo em elementos isolados e em estruturas porticadas. O regulamento propõe várias opções para a avaliação dos efeitos de segunda ordem com recurso à rigidez nominal, tal como exposto no capítulo 2. Neste sentido pretende-se efectuar uma análise comparativa das várias metodologias, nomeadamente a aplicação do *Anexo H*, em que se avalia um factor de amplificação das forças horizontais através de duas formas, com e sem utilização da carga crítica, equação (2.33) e (2.34), respectivamente. Ainda é possível avaliar um coeficiente de majoração do momento flector de primeira ordem, directamente através da equação (2.35). Pretende-se abordar esta metodologia com a sua aplicação a um elemento isolado, permitindo uma comparação com os valores que se obtêm com a aplicação das expressões propostas no *Anexo H*.

A avaliação da rigidez nominal é algo complexa pois, implica o conhecimento da esbelteza, a qual deve ser avaliada coma rigidez nominal dos elementos daí, pretende-se avaliar a influência deste parâmetro no valor da rigidez nominal e consequentemente qual a necessidade da sua determinação em detrimento da simplificação proposta pelo EC2. Por outro lado, a rigidez reduzida das vigas não é explorada no regulamento, deixando em aberto qual a forma de a avaliar, apenas menciona uma simplificação para a sua quantificação em que se pode admitir a secção totalmente fendilhada. Daí, efectuar-se-á uma análise de sensibilidade da influência da rigidez das vigas na quantificação dos efeitos de segunda ordem.

O estudo das metodologias baseadas na rigidez nominal, inicialmente incidirá em um elemento isolado (consola vertical), sobre a qual se pretende tirar ilações relativas ao comportamento das referidas formas de avaliação dos efeitos de segunda ordem e confrontá-las posteriormente com as aplicações a efectuar aos pórticos PT11 e PT41.

4.3.1. ELEMENTOS ISOLADOS

4.3.1.1. Descrição do exemplo

No âmbito do estudo do método da rigidez nominal, pretende-se estudar as implicações da aplicação do mesmo, pelo que inicialmente estudar-se-á uma simples consola pois, pelas suas características, permite mostrar de forma clara, a sequência da aplicação das várias metodologias. Este aspecto proporciona desde logo uma aferição e controlo dos resultados. O exemplo a estudar encontra-se representado na figura seguinte, onde também se indicam as solicitações e características geométricas:

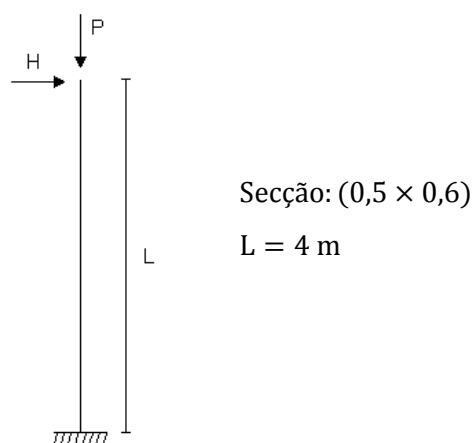


Fig. 4.2 – Características do elemento isolado em estudo

O exemplo será estudado contemplando vários cenários, ou seja, pretende-se efectuar uma variação do nível de esforço axial, com o intuito de perceber a sensibilidade dos métodos. Para o efeito, representa-se no quadro seguinte as várias combinações de acções:

Quadro 4.2 - Valores de combinação das acções

Combinações	H (kN)	P (kN)
1	22,5	500
2		1200
3		2000
4		3200
5		4000
6		5000
7		5600
8		6400

4.3.1.2. Avaliação dos coeficientes de amplificação das forças

Tal como referido anteriormente, pretende-se avaliar os momentos de segunda ordem com recurso às metodologias citadas, para o efeito optou-se por determinar para cada método, a amplificação a aplicar aos momentos de primeira ordem, para desta forma ter a mesma base de comparação. O coeficiente de majoração dos momentos é traduzido da seguinte forma:

$$\beta_i = \frac{M_{total}}{M_{1ª ordem}} \quad (4.1)$$

em que:

i - índice de identificação de cada metodologia para avaliação dos efeitos de segunda ordem, sendo:

$i = H.7$ - expressão presente no *Anexo H*, em que se utiliza o valor da carga global de encurvadura (equação (2.33))

$i = H.8$ - alternativa à expressão anterior, sem recurso à carga global de encurvadura (equação (2.34))

$i = MM$ - expressão que traduz o coeficiente de majoração directa dos momentos (equação (2.35))

M_{total} representa a soma do momento de primeira ordem com o de segunda ordem

$M_{1ª ordem}$ representa o momento de primeira ordem

Realça-se que, a aplicação destas metodologias pressupõe o conhecimento da armadura daí, para cada combinação de esforços representada no Quadro 4.2, esta foi determinada, tendo por base os preceitos do EC2. Posto isto, na Fig. 4.3 apresenta-se os valores dos coeficientes de majoração dos momentos, para cada combinação definida anteriormente, assim como o valor do esforço axial reduzido correspondente.

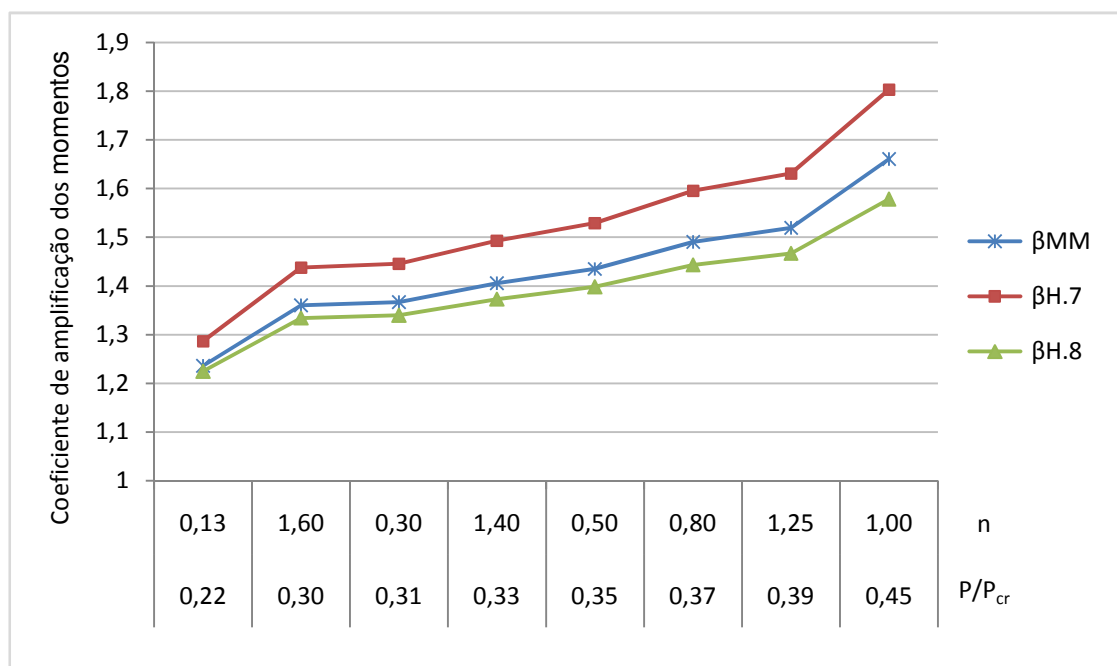


Fig. 4.3 - Coeficientes de amplificação dos momentos das várias metodologias colocando a armadura em correspondência com a solicitação

Analisando os resultados obtidos depreende-se que as três metodologias variam de igual forma quando a relação da carga de cálculo e a carga crítica aumenta. A majoração representada por $\beta_{H.7}$, é sempre superior comparativamente com as outras, o que leva a concluir que na gama de valores apresentados, traduz-se num método mais conservativo. Por outro lado, $\beta_{H.8}$, para todas as combinações estudadas, conduz a coeficientes de majoração de momentos menores, pelo que se depreende que esta metodologia agrava menos o elemento, conduzindo a soluções de dimensionamento mais ligeiras.

Verifica-se que os efeitos de segunda ordem são bastante elevados para relações de carga actuante e carga de encurvadura, mais próximas. Mais precisamente, quando o esforço axial é cerca de 50 % do esforço crítico, obtém-se uma amplificação dos momentos de primeira ordem, para a metodologia *H.7*, cerca de 80 % e para *H.8* e *MM*, 58 % e 66 %, respectivamente. Noutra instância encontra-se as relações de carga mais baixas, em que o elemento está pouco solicitado pois, nestas situações as metodologias avaliadas traduzem-se em coeficientes de majoração de momentos bastante baixos, podendo conduzir à dispensa da inclusão dos efeitos de segunda ordem se efectivamente, representarem menos de 10 % dos momentos de primeira ordem ($\beta_i \leq 1,10$).

As avaliações efectuadas cobrem uma restringida gama de valores, não permitindo aferir sobre o comportamento destas metodologias para valores de esforço axial mais próximos do esforço axial crítico. Esta situação deve-se ao facto de que com o aumento da solicitação, a armadura requerida para fazer face a esse esforço seja elevada, aumentando bastante a rigidez nominal do elemento e consequentemente a carga global de encurvadura, diminuindo a relação P/P_{cr} . Por outro lado, as percentagens de armadura necessárias, representavam valores irrealistas, o que na prática se traduzia numa secção não económica.

Com o intuito de ultrapassar a dificuldade mencionada anteriormente, aplicar-se-ão as metodologias em estudo ao mesmo elemento de análise, em que se mantém a armadura constante e determinam-se os β_i para as combinações representadas no Quadro 4.3.

Quadro 4.3- Valores de combinação das acções

Combinações	H (kN)	P (kN)
1	22,5	100
2		500
3		1200
4		3200
5		4800
6		6400
7		8200
8		10000

Aplicando as três metodologias em estudo para as combinações do quadro anterior, obtêm-se os resultados indicados na figura seguinte:

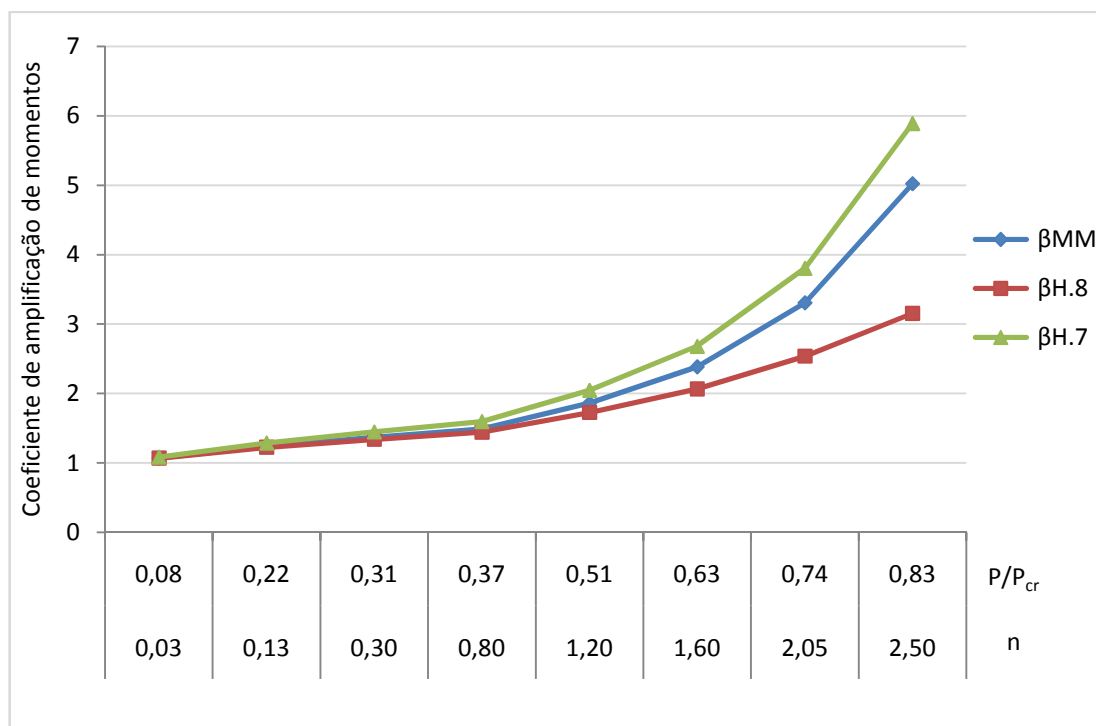


Fig. 4.4 - Coeficientes de amplificação dos momentos, de várias metodologias, mantendo as armaduras constantes

O objectivo supramencionado de alargar a gama de valores de P/P_{cr} , para poder tirar ilações relativamente ao comportamento dos métodos para níveis de esforços axiais mais elevados, atingiu-se colocando a armadura constante, pois desta forma, a rigidez nominal varia apenas devido ao esforço axial, permitindo aumentar a razão entre a carga actuante e a carga de encurvadura. Desta forma, para cargas mais próximas da carga crítica, as metodologias em estudo, conduzem a coeficientes de majoração dos momentos bastante elevados, restringindo a aplicabilidade dos métodos. Por exemplo, para uma carga de 80% de P_{cr} , as amplificações dos métodos, andam entre 3 a 6 vezes do momento de primeira ordem. Este aspecto traduz inevitavelmente uma situação crítica uma vez que, o elemento está submetido a uma carga muito próxima do valor que conduz à sua instabilidade e para atender a esse aspecto, as metodologias respondem com factores de amplificação elevados. Estes factores saem do âmbito de aplicação das metodologias por traduzirem situações hipotéticas e que não são exequíveis do ponto de vista de projecto.

Tal como verificado anteriormente, as três metodologias conduzem a valores muito próximos de momentos de segunda ordem para níveis de carga mais baixos. A partir de um determinado valor de carga, cerca de 50% da carga crítica, as metodologias disparam contudo, a metodologia H.8 amplifica os momentos de primeira ordem numa escala inferior distanciando-se das restantes metodologias e estas, aproximam-se uma da outra, para valores bastante mais elevados.

As análises efectuadas permitem aferir que a carga crítica é fortemente influenciada pela rigidez nominal na medida em que, quanto maior a rigidez, mais dificilmente instabiliza o elemento, conduzindo desta forma a valores de carga crítica superiores. Por outro lado, a rigidez nominal depende directamente da armadura utilizada, pelo que quando esta é devidamente ajustada às características e solicitações do elemento, obtêm-se resultados admissíveis, Fig. 4.3. A situação hipotética de manter a armadura constante, mesmo fazendo variar o esforço axial do elemento,

permitiu concluir que as metodologias divergem para níveis de esforço axial bastante elevados, não devendo ser utilizados nestas situações.

4.3.2. ESTRUTURAS PORTICADAS

4.3.2.1. Descrição dos exemplos

Pórtico de um andar e tramo

Este pórtico é muito simples, permite análises rápidas, a sua configuração geométrica e as dimensões das secções dos pilares e das vigas são como se apresentam na figura seguinte:

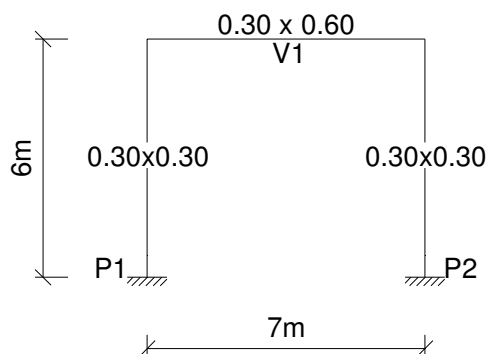


Fig. 4.5 – Secções e configuração geométrica do pórtico PT11

A estrutura está submetida a cargas permanente, G , sobrecargas, Q , e a acção do vento, H , tal como representado na figura seguinte:

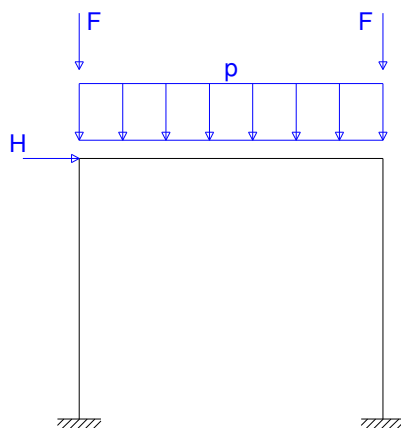


Fig. 4.6 – Configuração das acções aplicadas ao PT11

Os valores característicos das acções estão no Quadro 4.4, realça-se que as forças de cálculo utilizadas nas várias análises, foram calculadas segundo o REBAP (1985), uma vez que se pretende ter a mesma base de comparação com os resultados de referência retirados de Delgado (2002).

Quadro 4.4 - Acções a que está submetido o pórtico PT11

Tipo de Carga	Tipo de acção		
	G	Q	W
p (KN/m)	24	0,7x7	-
F (KN)	400	0,7x120	-
H (KN)	-	-	15

Pórtico de quatro andares e um tramo

Este pórtico aproxima-se de um exemplo representativo de estruturas reticuladas de betão armado embora, não represente totalmente as estruturas correntes. O PT41 é uma evolução do PT11 em que se adaptam as secções dos pilares á situação de carga existente. Por outro lado, as secções de vigas adoptada têm uma altura bastante significativa, pelo que a relação de rigidez viga/pilar é elevada. A configuração geométrica do pórtico e as dimensões das secções dos pilares e das vigas estão representadas na figura seguinte:

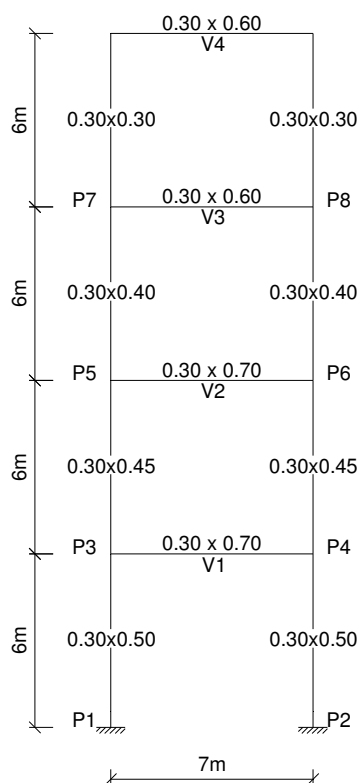


Fig. 4.7 – Dimensões das secções e configuração geométrica do pórtico PT41

Tal com a anterior, esta estrutura está submetida a cargas permanente, G , sobrecargas, Q e a acção do vento, H , com a seguinte configuração:

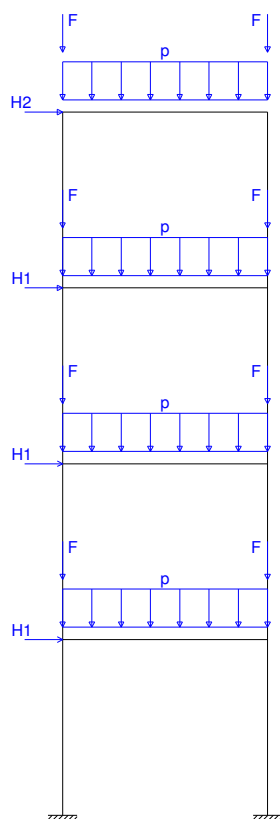


Fig. 4.8 – Configuração das acções aplicadas ao PT41

Os valores característicos das acções, apresentadas na figura anterior, encontram-se caracterizados no Quadro 4.5.

Quadro 4.5 - Acções a que está submetido o pórtico PT41

Tipo de Carga	Tipo de acção		
	G	Q	W
p(kN/m)	24	0,7x7	-
F(kN)	160	0,7x40	-
H1(kN)	-	-	21,6
H2(kN)	-	-	10,8

4.3.2.2. Análise da influência do coeficiente de esbelteza na rigidez nominal

Tal como referido anteriormente, a aplicação do método da rigidez nominal pressupõe a avaliação dos valores da rigidez nominal (equação (2.24)). Quando esta análise é feita em estruturas é necessário ter em conta a influência dos elementos adjacentes. A aplicação do método requer o conhecimento do coeficiente de esbelteza (equação (2.2)), o qual deve ser avaliado tendo em conta o efeito da

fendilhação na rigidez dos elementos de fixação, ou seja, para avaliar a rigidez nominal é necessário determinar o comprimento efectivo dos elementos e para tal precisa-se da rigidez nominal, este aspecto conduz a um processo iterativo. Em alternativa à avaliação do coeficiente de esbelteza, o EC2 contempla uma simplificação para avaliar o parâmetro k_2 , equação (2.30), o qual apenas depende do esforço normal reduzido.

Pretende-se neste ponto, avaliar as implicações da utilização da referida simplificação, comparando com os valores de rigidez nominal que se obtêm quando se avalia o coeficiente de esbelteza, de forma a tirar ilações relativamente à melhor forma de proceder.

Foi referido que, a esbelteza deve ser avaliada tendo em linha de conta a influência de todos os elementos adjacentes em estado fendilhado. Contudo, o EC2 não especifica qual a rigidez a usar para as vigas, deixando do lado do projectista essa decisão pelo que, nesta análise inicial, a rigidez das vigas é avaliada com recurso aos coeficientes de redução de rigidez (r) propostos por Castro (2007), os quais estão representados no quadro seguinte:

Quadro 4.6 - Coeficientes de redução de rigidez para as vigas propostos por Castro (2007)

μ	$r = r_0 - m \cdot \gamma$	
	m	r_0
$\mu < 0,30$	0,42	1,58
$0,30 < \mu < 0,45$	$3,5 \cdot \mu - 0,63$	$6,06 \cdot \mu - 0,24$
$0,45 < \mu < 0,85$	$2,09 \cdot \mu + 1,94$	$4,98 \cdot \mu + 4,73$
$\mu > 0,85$	$0,03 \cdot \mu + 0,14$	$0,11 \cdot \mu + 0,38$
$\gamma = 0,0135 \cdot \mu^4 - 0,1582 \cdot \mu^3 + 0,6941 \cdot \mu^2 - 1,3422 \cdot \mu + 2,7744$		

A determinação do coeficiente de esbelteza entrando com a rigidez nominal dos elementos pressupõe um cálculo iterativo, ou seja, inicialmente determina-se a esbelteza utilizando a rigidez elástica, com este valor calcula-se a rigidez nominal, depois com a rigidez reduzida das vigas e com a rigidez nominal dos pilares determinada, calcula-se novamente a esbelteza e pode repetir-se a sequência de cálculos se se justificar, mais especificamente, se conduzir a valores diferentes de rigidez nominal para os vários elementos.

A aplicação das expressões representadas no Quadro 4.6 pressupõe o conhecimento dos esforços de primeira ordem e por outro lado, para o cálculo da rigidez nominal dos pilares, é necessário o conhecimento da armadura, sendo esta retirada da aplicação do método PC, pelas razões apontadas anteriormente. Posto isto, nas figuras seguinte indicam-se os esforços de primeira ordem e a armadura referida para as duas estruturas.

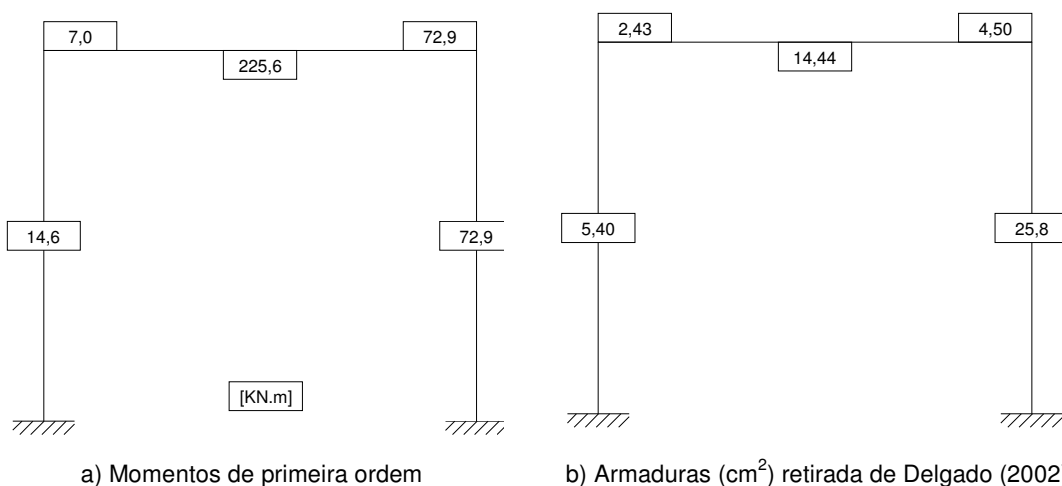


Fig. 4.9 – Esforços de primeira ordem e armadura requerida para o cálculo da rigidez nominal no PT11

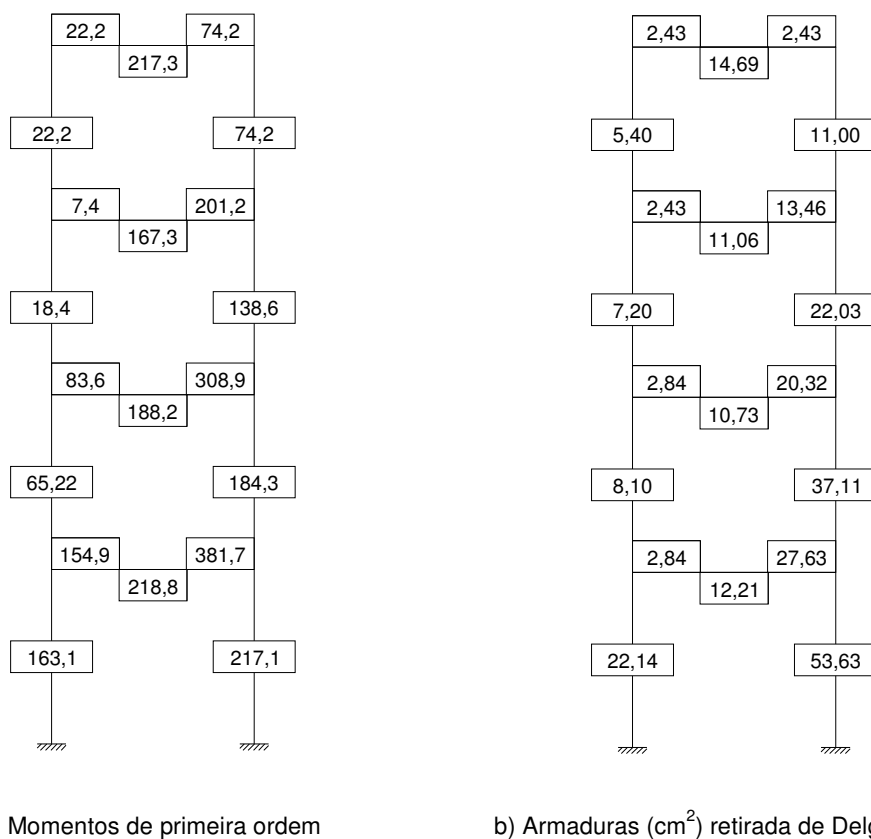


Fig. 4.10 – Esforços de primeira ordem e armadura requerida para o cálculo da rigidez nominal no PT41

A aplicação das expressões representadas no Quadro 4.6 foi efectuada para as vigas dos exemplos em estudo, PT11 e PT41, adoptando o momento máximo negativo de extremidade, representado nas figuras anteriores, conduzindo aos factores de redução de rigidez representados no quadro seguinte:

Quadro 4.7 – Factores de redução da rigidez com recurso a Castro (2007) para PT11 e PT41

Pórtico	Vigas	Extremidades	r (PC)	$EI_{elástico}$ (KN.m ²)	$EI_{reduzido}$ (KN.m ²)
PT11	V1	esquerda	0,44	162000	71054
		direita	0,32	162000	51279
PT41	V1	esquerda	0,19	257250	50035
		direita	0,27	257250	69595
	V2	esquerda	0,16	257250	41453
		direita	0,24	257250	62465
	V3	esquerda	0,45	162000	73205
		direita	0,23	162000	36914
	V4	esquerda	0,52	162000	84038
		direita	0,96	162000	154735

Na sequência do que já foi apresentado, apresenta-se no Quadro 4.8 o valor do comprimento efectivo para as várias situações e no Quadro 4.9 o valor da rigidez nominal associada a cada passo. Para facilmente se compreender os quadros referidos, apresenta-se a explicação dos mesmos, sendo:

Situação 1 - método iterativo para avaliação da rigidez nominal, o qual tem as seguintes fases:

Passo 1- determinação da rigidez nominal utilizando o comprimento efectivo avaliado com a rigidez elástica dos elementos;

Passo 2- determinação do comprimento efectivo, com recurso à rigidez dos pilares, avaliada no passo anterior e rigidez das vigas do Quadro 4.7, determinando a rigidez nominal correspondente;

Passo 3- repetição do passo 2;

Situação 2 - determinação da rigidez nominal utilizando a simplificação para a determinação de k_2 , proposta pelo EC2 (equação (2.30)).

No quadro 4.8 apresentam-se os comprimentos efectivos obtidos para a situação 1 em cada passo e no quadro seguinte indicam-se os valores da rigidez nominal para cada situação.

Quadro 4.8 – Valores do comprimento efectivo,

Pórtico	Pilares	l_0 (m)		
		Passo 1	Passo 2	Passo 3
PT11	P1	6,21	6,10	6,10
	P2	6,21	6,25	6,25
PT41	P1	6,93	7,30	7,30
	P2	6,93	7,59	7,59
	P3	7,98	8,73	8,72
	P4	7,98	9,27	9,27
	P5	7,67	7,33	7,31
	P6	7,67	8,41	8,41
	P7	6,89	6,41	6,38
	P8	6,89	6,93	6,93

Quadro 4.9 – Valores da rigidez nominal para cada situação

Pórtico	Pilares	$EI_{elástico}$ (kN.m ²)	Situação 1			Situação 2
			Passo 1	Passo 2	Passo 3	
			EI (kN.m ²)	EI (kN.m ²)	EI (kN.m ²)	EI (kN.m ²)
PT11	P1	20250	4250	4250	4250	4250
	P2	20250	7555	7555	7555	7555
PT41	P1	93750	31610	31610	31610	31610
	P2	93750	54346	54346	54346	54346
	P3	68344	15801	15801	15801	15801
	P4	68344	31597	31597	31597	31597
	P5	48000	10822	10585	10566	9062
	P6	48000	16636	16636	16636	15408
	P7	20250	3679	3482	3469	2672
	P8	20250	4685	4699	4699	3642

Analisando o Quadro 4.8, depreende-se que nas várias situações definidas, o comprimento de encurvadura determinado com rigidez nominal é muito próximo do que se obtém com a rigidez elástica pois, na avaliação das flexibilidades relativas a relação da rigidez dos pilares e das vigas é próxima nas duas situações. Por outro lado, a avaliação da rigidez nominal é pouco influenciada pela

esbelteza, nas situações analisadas pois, para a maioria dos elementos o coeficiente que depende do esforço normal e da esbelteza, k_2 , é igual ao seu limite, ou seja, $k_2 = 0,2$. Nesta perspectiva, a rigidez nominal que se obtém com o comprimento efectivo determinado com a rigidez elástica dos elementos é igual à que se obtém, calculando o comprimento efectivo com a rigidez reduzida.

A aplicação da situação 2, em que se utiliza a simplificação proposta pelo EC2, conduz a valores de rigidez nominal, para a maioria dos pilares, iguais aos da situação 1, isto porque k_2 também assume o seu valor máximo, 0,2. Em particular o PT11 assume o mesmo valor da rigidez nominal para as duas situações, enquanto o PT41 exhibe algumas diferenças nos pilares superiores, no entanto são pequenas.

Em suma, a utilização da simplificação indicada no EC2 é viável, implicando um menor esforço de cálculo, pois tal como referido, não necessita da determinação do comprimento efectivo. Tendo isto presente, os cálculos posteriores serão efectuados com recurso a esta mesma simplificação.

4.3.2.3. Análise da influência da rigidez das vigas nos efeitos de segunda ordem

No ponto anterior foi referida a problemática relativamente à rigidez das vigas na medida em que o EC2 não especifica qual o valor a usar. Este apenas sugere uma simplificação em que pode admitir-se as secções totalmente fendilhadas e refere qual o módulo de elasticidade a usar. Desta forma, pretende-se avaliar qual a melhor rigidez a usar para as vigas, efectuando uma análise de sensibilidade sobre as mesmas, fazendo variar a sua rigidez mediante várias situações.

Optou-se por reduzir as secções das vigas tendo em conta a secção activa do elemento, ou seja, desprezando a parte traccionada do betão, e aplicaram-se os coeficientes de redução de rigidez (r) propostos por Castro (2007) (recorrendo aos momentos de primeira ordem definidos na Fig. 4.9 e Fig. 4.10). Neste sentido, avaliaram-se várias situações:

Situação 1: Consideração da secção activa de betão, tomando a secção de momento máximo negativo;

Situação 2: Consideração da secção activa de betão, tomando a secção de momento máximo positivo;

Situação 3: Aplicação dos coeficientes de redução propostos por Castro (1998), tomando o momento máximo negativo;

Situação 4: Aplicação dos coeficientes de redução propostos por Castro (1998), tomando o momento mínimo negativo de extremidade (apoio do lado esquerdo);

Situação 5: Aplicação dos coeficientes de redução propostos por Castro (1998), tomando o momento máximo positivo;

No quadro seguinte indicam-se os valores de coeficientes de redução obtidos para cada situação, assim como o correspondente parâmetro de carga, avaliado com a rigidez nominal dos pilares definida na situação 2, do Quadro 4.9, e as vigas com a redução em análise.

Quadro 4.10 – Valores dos coeficientes de redução da rigidez das vigas e factores de carga

Estruturas	Vigas	Situação									
		1		2		3		4		5	
		r	λ_{cr}	r	λ_{cr}	r	λ_{cr}	r	λ_{cr}	r	λ_{cr}
PT11	V1	0,17	1,7	0,32	1,81	0,32	1,81	0,44	1,84	0,19	1,75
	V1	0,48		0,28		0,30		0,18		0,22	
	V2	0,38		0,27		0,27		0,94		0,20	
PT41	V3	0,30	1,74	0,26	1,87	0,25	1,87	0,46	1,93	0,23	1,86
	V4	0,07		0,29		0,26		0,54		0,26	

O Quadro 4.10 reflecte as várias situações descritas e constata-se que a situação 2 e 3 são semelhantes para as duas estruturas, pelo que apenas se analisará uma. Por outro lado, observando os factores de redução adoptados, verifica-se que a gama de valores de redução da rigidez é limitada daí, contemplar-se-á uma sexta situação com outros factores de redução em que para V1 do PT11, o factor de redução é de 0,6 e para o PT41 as vigas serão reduzidas de 50 %. Esta sexta situação conduz a um parâmetro de carga 1,86 e 1,93 para a estrutura PT11 e PT41, respectivamente. As seis situações definidas serão comparadas com uma outra em que se colocam as vigas elásticas, sem qualquer redução, na qual o parâmetro de carga para o PT11 é 1,88 e 1,96 para o PT41. Esta comparação visa avaliar a dispersão dos valores obtidos para cada situação e como a comparação é feita com a mesma estrutura é passível a comparação entre qualquer situação, percebendo também se a utilização da rigidez elástica conduz aos mesmos resultados, mostrando desta forma a importância da redução da rigidez.

Para cada situação contemplada, avaliaram-se os momentos totais com recurso às expressões propostas no Anexo H, equação (2.33) e (2.34), considerando duas situações: uma em que se determinam os momentos finais aplicando as forças majoradas na estrutura elástica e, outra na estrutura com rigidez reduzida.

Estas situações encontram-se representadas nas figuras seguintes, em que se mostra o quociente entre os momentos totais de cada situação e os momentos totais que se obtêm colocando a rigidez elástica na viga. Todas as análises são referenciadas à mesma pelo que, as relações entre as mesmas são directas. Importa referir que o valor de momentos usado para comparar, em cada situação diz respeito ao obtido na base de cada pilar.

Estrutura PT11

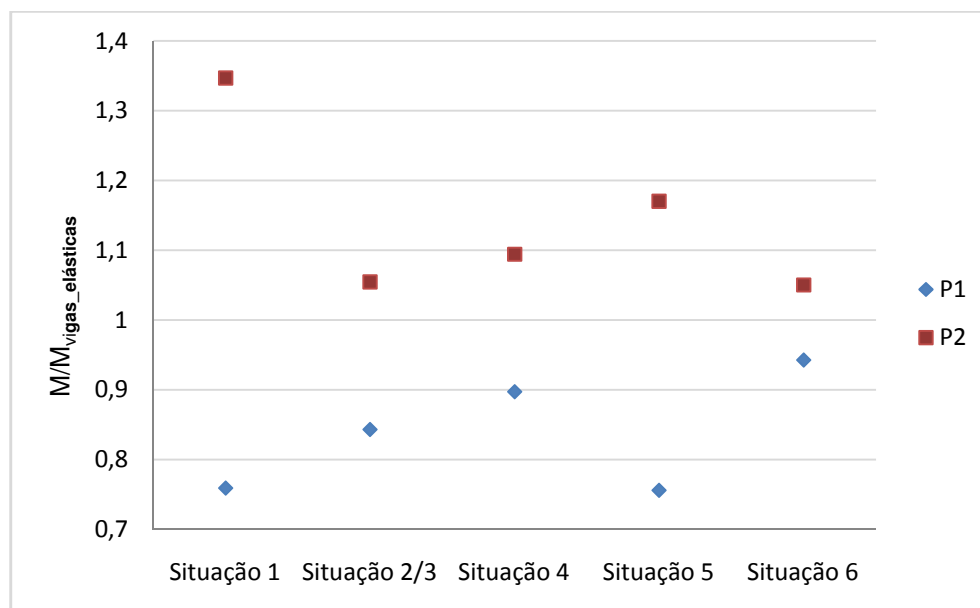


Fig. 4.11 – Relação de momentos calculados através da metodologia H.7 com a rigidez elástica da estrutura (PT11)

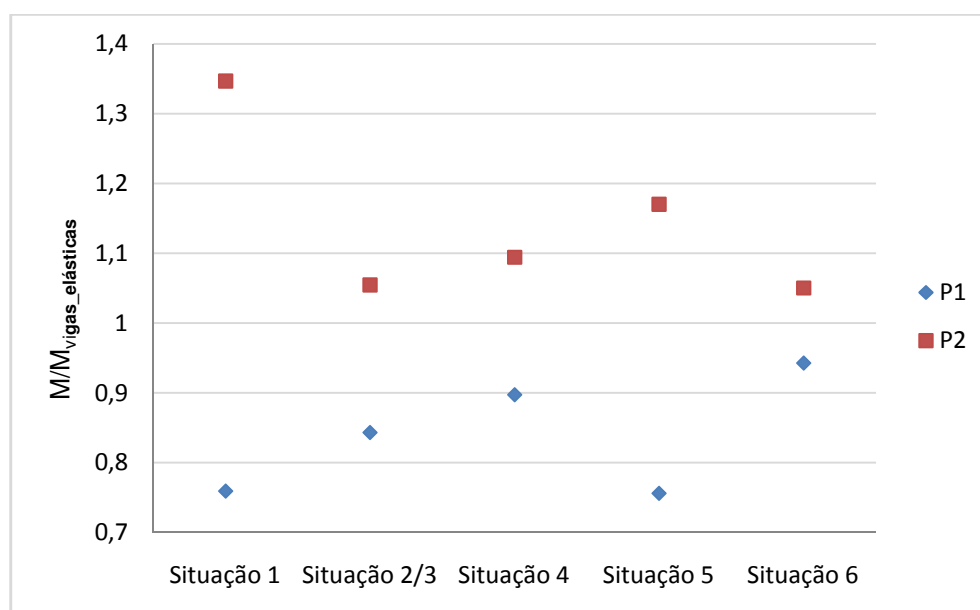


Fig. 4.12 – Relação de momentos calculados através da metodologia H.7 com a rigidez reduzida da estrutura (PT11)

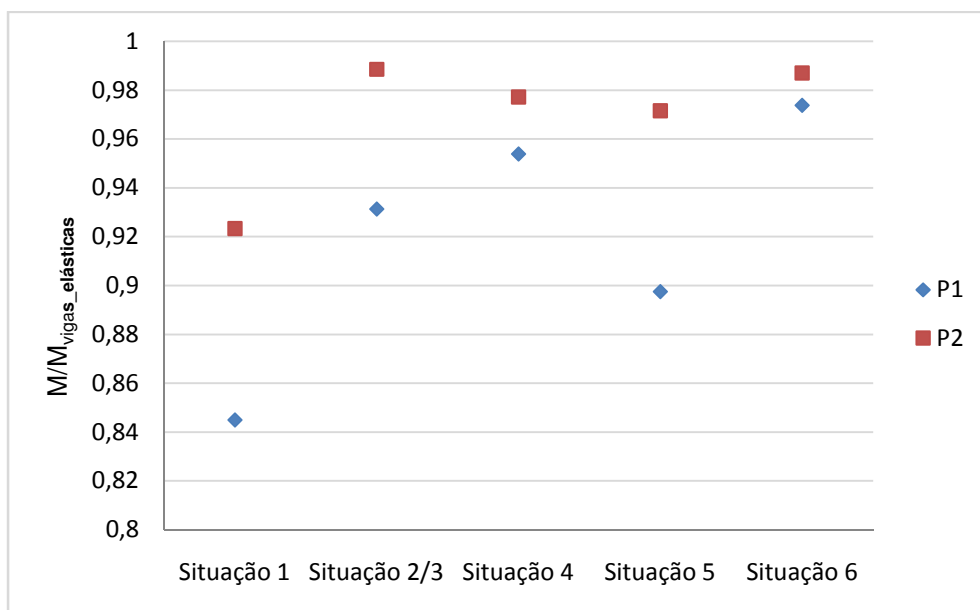


Fig. 4.13 – Relação de momentos calculados através da metodologia H.8 com a rigidez elástica da estrutura (PT11)

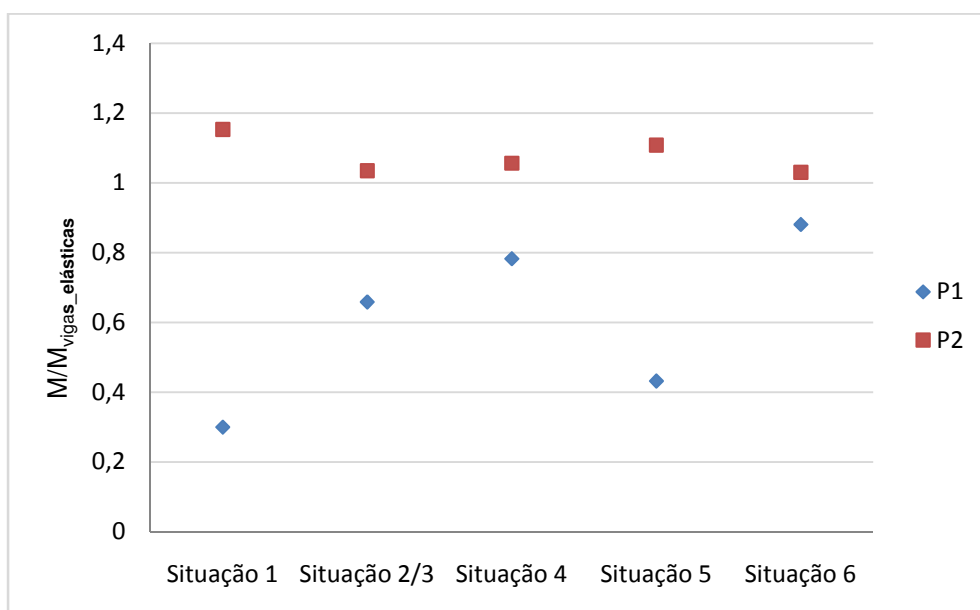


Fig. 4.14 – Relação de momentos calculados através da metodologia H.8 com a rigidez reduzida da estrutura (PT11)

Estrutura PT41:

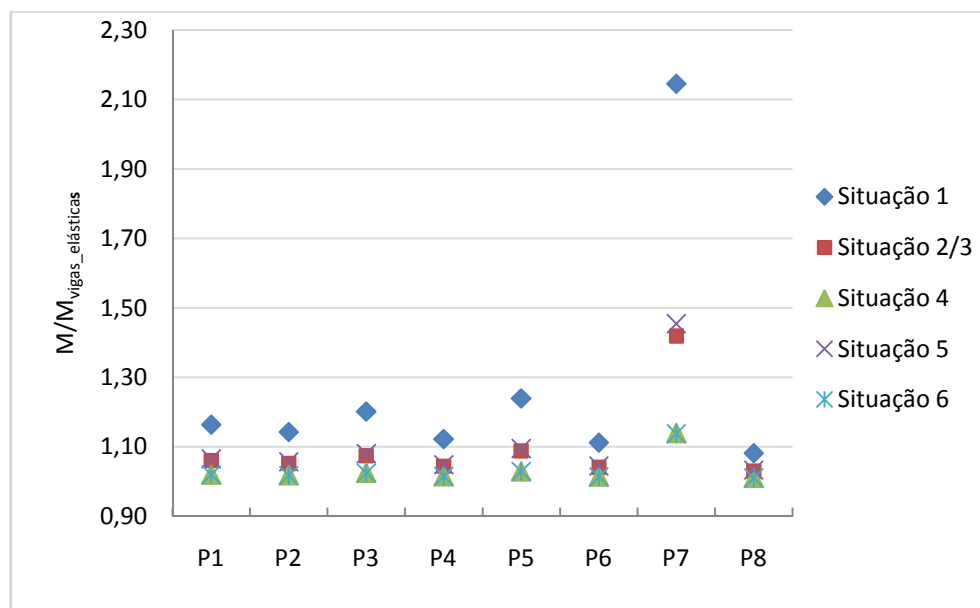


Fig. 4.15 – Relação de momentos calculados através de H.7 com a rigidez elástica da estrutura (PT41)

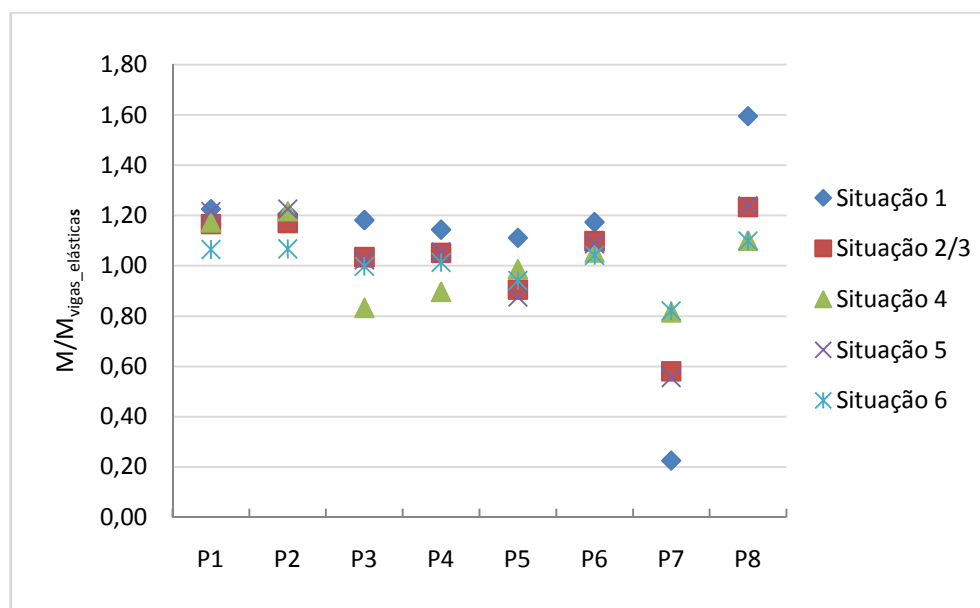


Fig. 4.16 – Relação de momentos calculados através de H.7 com a rigidez reduzida da estrutura (PT41)

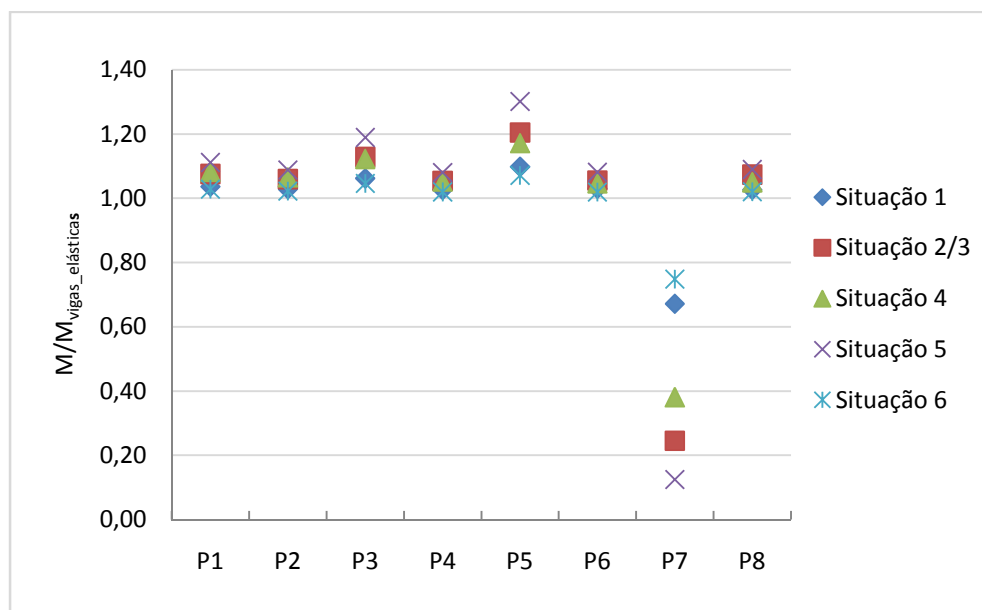


Fig. 4.17 – Relação de momentos calculados através de H.8 com a rigidez elástica da estrutura (PT41)

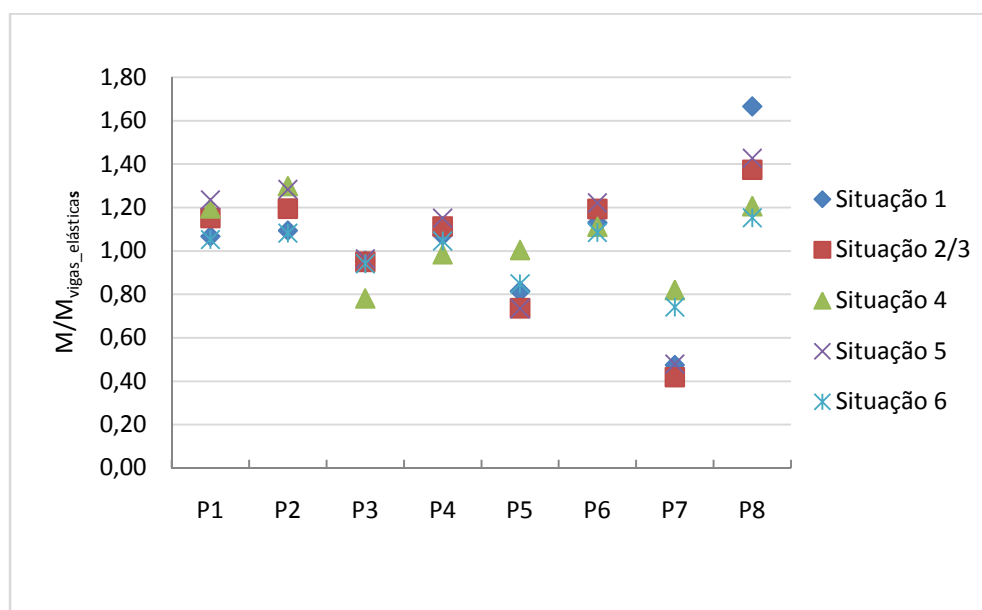


Fig. 4.18 – Relação de momentos calculados através de H.8 com a rigidez reduzida da estrutura (PT41)

Analisando o Quadro 4.10, constata-se que as diferentes situações conduzem a parâmetros de cargas distintos embora próximos, tanto para o PT11 como para o PT41. Isto leva a concluir que, a rigidez das vigas pouco influência o valor da carga global de encurvadura, embora e como seria de se esperar, menores reduções implicam cargas de encurvadura global superiores. Por outro lado, as análises efectuadas com base nas opções de redução da rigidez elástica das vigas adoptadas, permitem aferir que os momentos finais com inclusão dos efeitos de segunda ordem, para cada situação, são similares. Contudo, a estrutura PT11 é mais sensível à redução da rigidez da viga, por se tratar de um pórtico de pequeno porte mas mesmo assim, no cômputo geral, cada situação conduz a resultados relativamente

próximos. O pórtico PT41 proporciona resultados mais consistentes, a menos dos últimos dois pilares, os quais não reflectem claramente o comportamento da estrutura, uma vez que são mais flexíveis quando comparados com os restantes e por serem de topo ficam submetidos a esforços bastante reduzidos. Quando se comparam os momentos que se obtêm nestes pilares para as diferentes reduções de vigas, verificam-se grandes diferenças nas relações dos mesmos mas, na verdade trata-se de esforços baixos e daí, uma pequena variação acarreta uma elevada dispersão. Portanto, para esses dois pilares, aparentemente há uma elevada discrepância de valores pela análise dos gráficos anteriores, mas na realidade os esforços são próximos e de valor reduzido.

A avaliação dos esforços finais quando feita na estrutura com a rigidez reduzida conduz a momentos mais dispersos quando se varia a rigidez das vigas, embora os resultados obtidos indiquem uma proximidade relevantes, entre as várias situações. De facto, o factor de majoração das forças que se obtêm para cada opção de rigidez da viga é próximo. No entanto, quando as forças são aplicadas à estrutura com a rigidez nominal obtêm-se esforços finais diferentes de situação para situação uma vez que a rigidez relativa entre os vários elementos é diferente, desencadeando uma malha dispersa de valores. Por outro lado, a aplicação das forças majoradas de cada situação à estrutura elástica conduz a resultados muito semelhantes, como o evidenciado por exemplo nas Fig. 4.15 e Fig. 4.17, pois a estrutura onde se avaliam os momentos finais de situação para situação é sempre a mesma.

Verifica-se que o PT11 acarreta mais diferenças entre resultados obtidos para cada situação por ser muito sensível a qualquer alteração. Uma pequena variação no parâmetro de carga é projectada nos esforços obtidos pois reflectem o factor de majoração directamente, o que justifica tanto a dispersão de valores na avaliação dos esforços finais utilizando a estrutura elástica como a reduzida, embora e pelas razões já apontadas, a avaliação dos esforços com a estrutura elástica conduz a mais semelhanças entre as várias situações.

Em suma, as análises efectuadas permitem aferir que nas situações analisadas, a rigidez das vigas pouco influência o valor da carga global de encurvadura e por outro lado, os esforços não apresentam grande variabilidade quando são avaliados em estruturas com diferente rigidez nas vigas. Nesta base, nas análises posteriores, adoptar-se-á uma redução da rigidez das vigas conservativa, embora o seu valor não seja muito relevante mediante o que se constatou.

4.3.2.4. Comparação de várias metodologias

Neste ponto, pretende-se efectuar um estudo comparativo de várias metodologias de avaliação dos efeitos de segunda ordem, com o intuito de avaliar qual a fiabilidade na aplicação dos métodos preconizados no EC2, nomeadamente as análises baseadas na rigidez nominal. Tal como supramencionado, os exemplos em estudo, PT11 e PT41, retirados da tese Delgado (2002), foram avaliados com o método PC, o qual determina os efeitos de segunda ordem incorporando uma análise não linear geométrica e do material. Os valores obtidos com este método são de referência e permitem tirar ilações relativamente à aplicação das metodologias simplificadas em estudo. Posto isto, efectuar-se-á uma comparação dos resultados obtidos com recurso ao *Anexo H*, em que se aplicam as expressões H.7 e H.8 e ainda será feita uma avaliação dos efeitos de segunda ordem através de uma análise P-Delta, efectuada num programa comercial de cálculo de estruturas, abordado no capítulo 3, o SAP2000. Contudo, numa primeira instância, e com o objectivo de avaliar a sensibilidade das referidas metodologias presentes no EC2, submeter-se-ão as estruturas em análise a vários níveis de carga. Esta análise visa essencialmente, balizar a proximidade da forma de quantificação dos efeitos de segunda ordem através das expressões H.7 e H.8, mediante solicitações distintas. Este aspecto foi

avaliado no ponto 4.3.1.2, para elementos isolados daí, também se pretende aferir a sua veracidade quando aplicado a estruturas.

A aplicação do método da rigidez nominal permitiu estimar a rigidez dos pilares, sendo para as análises seguintes e pelas razões já apontadas a indicada no Quadro 4.9, situação 2. Relativamente à rigidez das vigas, tal como verificado no ponto anterior, a sua variação não implica uma diferença significativa nos resultados obtidos, neste sentido opta-se por utilizar os coeficientes de redução de rigidez para as vigas propostos por Castro (2007) em todas as análises posteriores, utilizando o momento máximo negativo, representado na situação 3 do Quadro 4.10.

Em conclusão, nos objectivos definidos distinguem-se duas situações, denominadas situação A e B. A situação A prende-se com a análise das metodologias do EC2 fazendo variar o nível de carga e a situação B com a análise comparativa dos vários métodos, nomeadamente, método PC, H.7, H.8 e método P-Delta.

Situação A

Nesta situação, tal como referido, efectuar-se-á a variação do nível de carga, mais precisamente assumir-se-ão percentagens das solicitações de cálculo. As estruturas em estudo foram analisadas considerando a acção do vento com um único sentido. Contudo, esta opção não reflecte a realidade, pelo que na presente situação colocam-se os pilares com a mesma armadura, a máxima, o que implica a mesma rigidez nominal. Tendo em linha de conta as considerações mencionadas, no quadro seguinte indicam-se os padrões de carga adoptados, as correspondentes relações da carga global actuante e de encurvadura assim como o β_i , equação (4.1). É de notar que o coeficiente de majoração dos momentos de primeira ordem foi avaliado de piso para piso, efectuando-se a soma dos momentos ao nível da base.

Quadro 4.11 – Solicitações e correspondente amplificação dos efeitos de segunda ordem no PT11

Carga (%)	P/P _{cr}	$\beta_{H.7}$	$\beta_{H.8}$
40	0,17	1,21	1,17
50	0,22	1,28	1,22
60	0,26	1,35	1,27
70	0,30	1,43	1,33
80	0,35	1,53	1,40
90	0,39	1,63	1,48
100	0,43	1,76	1,56
120	0,52	2,07	1,75
150	0,65	2,83	2,16
200	0,86	7,30	3,53

Quadro 4.12 – Solicitações e correspondente amplificação dos efeitos de segunda ordem no PT41

Carga (%)	Piso	P/P _{cr}	$\beta_{H.7}$	$\beta_{H.8}$
20	1	0,09	1,10	1,02
	4		1,10	1,06
50	1	0,22	1,28	1,05
	4		1,28	1,17
60	1	0,27	1,36	1,06
	4		1,36	1,21
70	1	0,31	1,45	1,08
	4		1,45	1,25
80	1	0,36	1,55	1,08
	4		1,55	1,30
90	1	0,40	1,67	1,09
	4		1,67	1,36
100	1	0,44	1,80	1,10
	4		1,80	1,41
150	1	0,66	2,98	1,18
	4		2,98	1,77
200	1	0,89	8,73	1,25
	4		8,73	2,38

Efectuou-se uma comparação entre quociente dos factores de majoração das forças horizontais com a respectiva relação entre momentos totais e uma outra em que isolaram os momentos de segunda ordem, ou seja, compara-se a relação de $(\beta_i - 1)$ obtido para as duas metodologias em avaliação com a relação dos esforços de flexão de segunda ordem. Para o pórtico PT41 optou-se por analisar o piso 0 e o último piso de forma a perceber a sensibilidade da estrutura aos efeitos de segunda ordem, em duas zonas distintas. Nas figuras posteriores apresentam-se de uma forma gráfica as relações obtidas para cada situação, em que se variou o nível de carga, nas duas estruturas seleccionadas.

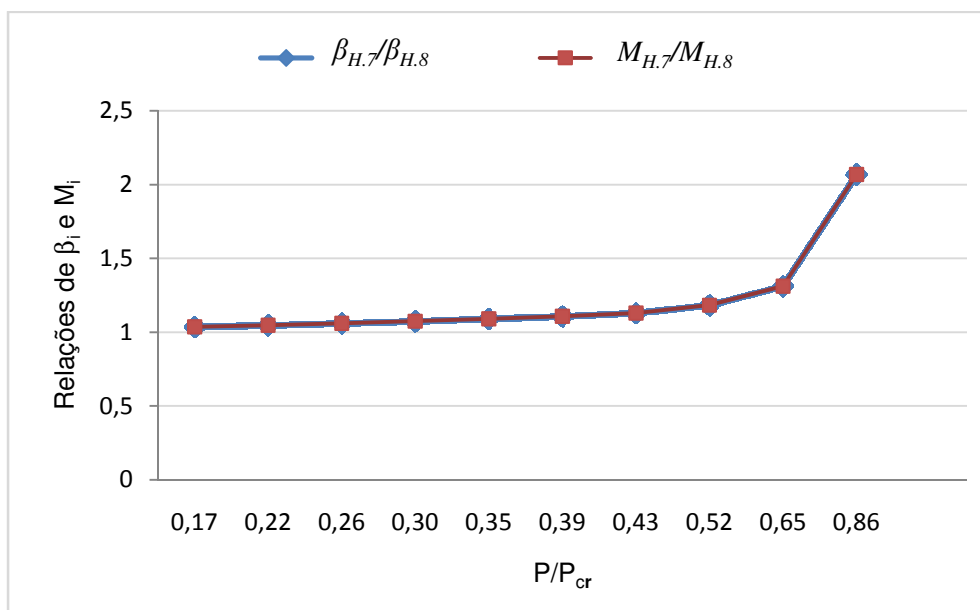


Fig. 4.19 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos totais para PT11

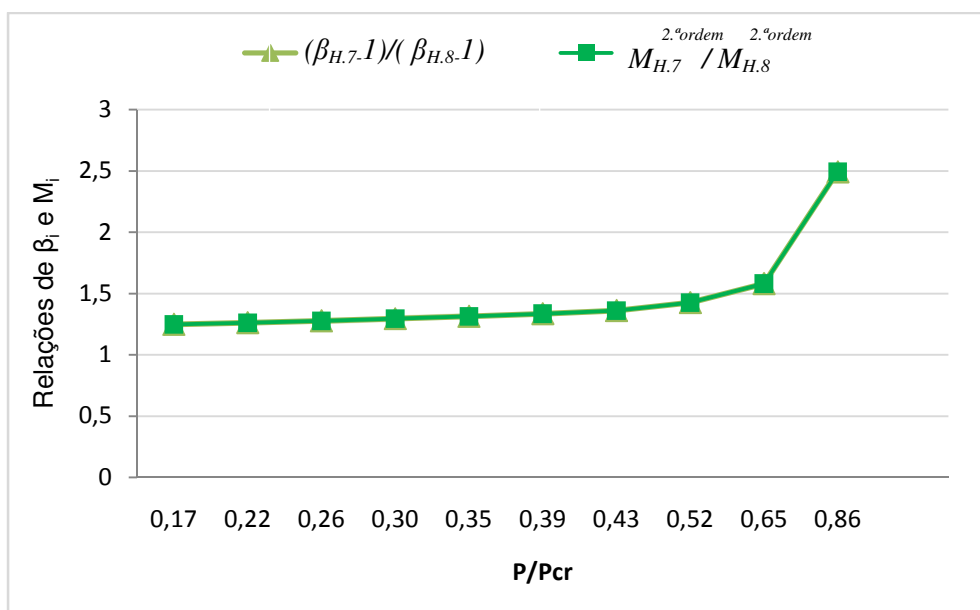


Fig. 4.20 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos de segunda ordem para PT11

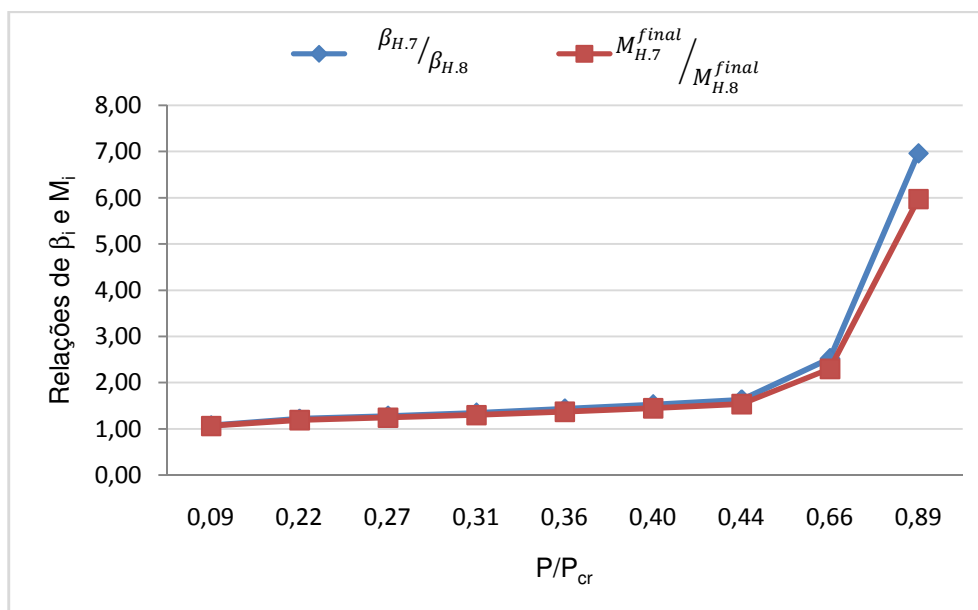


Fig. 4.21 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos totais para PT41, para o piso 1

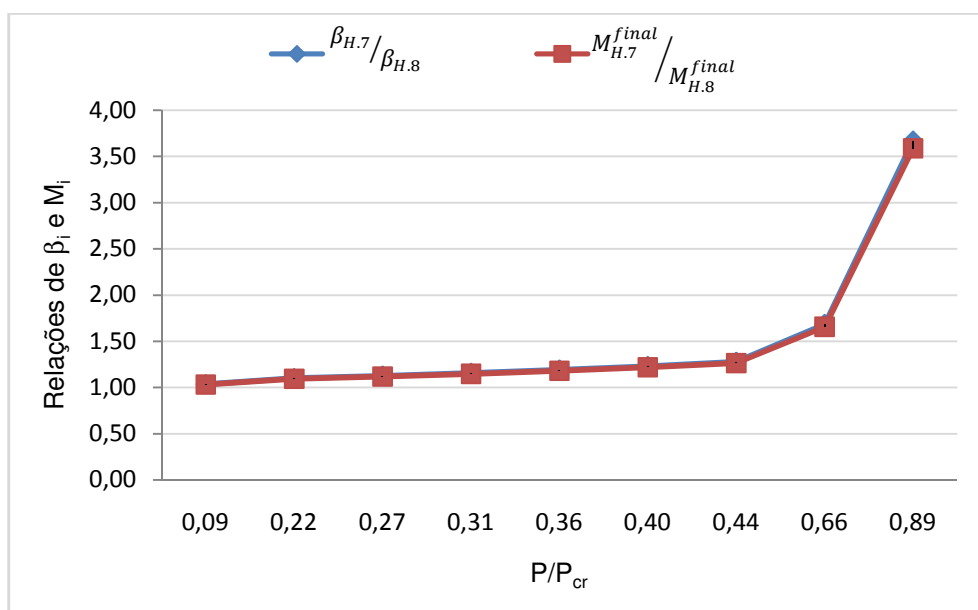


Fig. 4.22 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos totais para PT41, para o piso 4

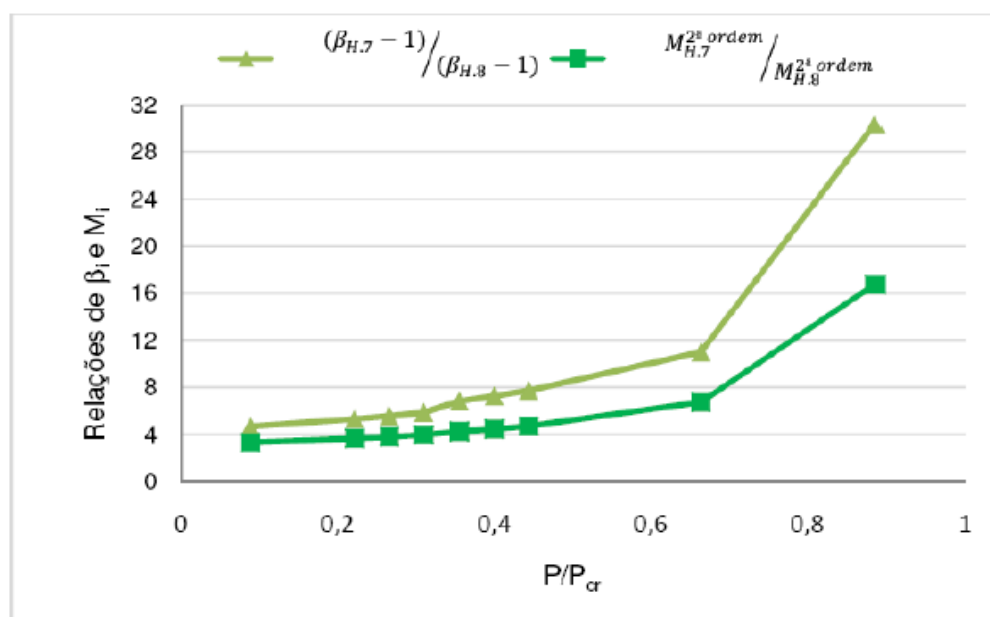


Fig. 4.23 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos de segunda ordem para o piso 1 do PT41

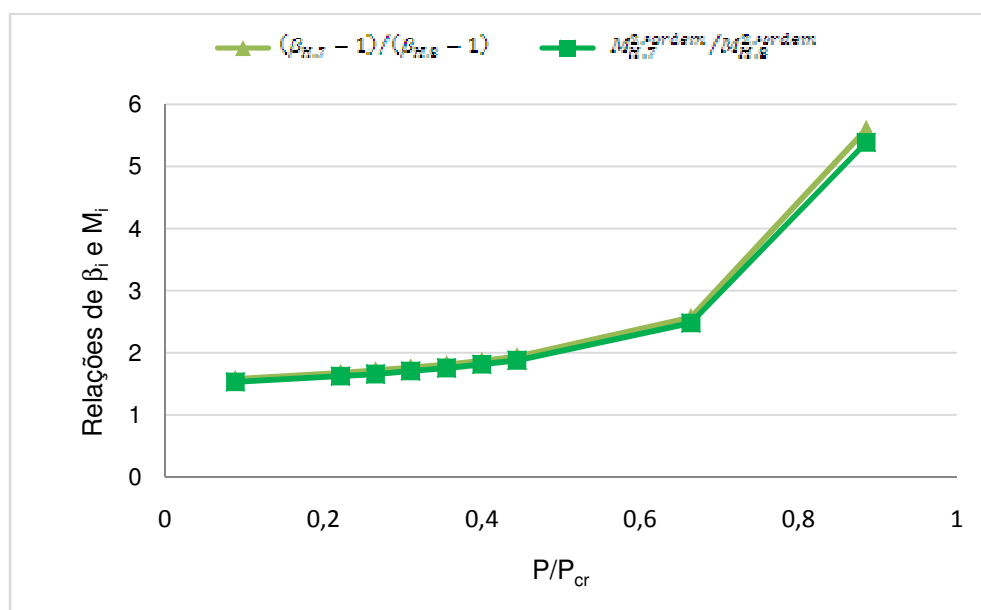


Fig. 4.24 – Relação dos factores de majoração das forças e relação dos momentos de segunda ordem para o piso 4 do PT41

A avaliação dos resultados obtidos, permite aferir relativamente ao comportamento das metodologias para diferentes níveis de carga. Quando o valor da carga global de encurvadura é elevado, a majoração a efectuar aos momentos de primeira ordem é similar nas duas expressões e por outro lado, para níveis de carga mais próximos da carga de encurvadura, as metodologias conduzem a factores de amplificação muito elevados. A relação entre $\beta_{H,7}$ e $\beta_{H,8}$ é tanto maior quanto maior for a proximidade entre o valor da carga de solicitação e a carga que conduz à instabilidade da estrutura o que leva a

depreender que, H.7 é mais conservativo relativamente a H.8, o que vai de encontro ao constatado anteriormente para elementos isolados.

Contudo, no PT11 há uma maior proximidade entre os coeficientes de majoração, $\beta_{H.7}$ e $\beta_{H.8}$, enquanto na estrutura PT41, o distanciamento entre estes dois coeficientes é mais acentuado. O coeficiente $\beta_{H.7}$, é relativamente igual nas duas estruturas para a mesma relação de P/P_{cr} , o mesmo já não acontece para $\beta_{H.8}$, o qual é inferior no PT41 relativamente ao PT11.

O pórtico PT11 por ser uma estrutura muito simples, conduz a uma relação de factores de majoração totais e relação de factores de segunda ordem, bastante próxima e por outro lado, a relação de momentos finais e de segunda ordem para as duas situações é similar à dos factores, ou seja, os esforços de flexão finais traduzem-se directamente por um factor de majoração aplicado aos momentos de primeira ordem, sendo este o factor de amplificação das forças. Enquanto no pórtico PT41, isto apenas se verifica com a aplicação da metodologia H.7 em que a amplificação das forças é constante em altura daí, os momentos são directamente afectados. Noutra instância encontra-se a expressão H.8 a qual conduziu a um acréscimo de forças diferente em altura, pelo que quando se comparam os factores de majoração das forças com os momentos, não há uma relação directa. Na estrutura de quatro pisos gera-se uma distribuição de esforços diferente quando comparada com a de um piso, neste sentido apenas no 4º piso se verifica uma coincidência entre o quociente dos factores de majoração e os momentos, tanto finais como de segunda ordem pois, neste piso não há uma afectação de pisos superiores, permitindo uma distribuição de esforços directa. Nos pisos inferiores gera-se uma compatibilização de esforços e deslocamentos que conduz a um acréscimo de momentos de primeira ordem diferente do aumento das forças horizontais daí, na Fig. 4.23 as curvas não andam juntas.

Em suma, a metodologia H.7 não tem em conta a variabilidade da rigidez em altura o que leva à obtenção de factores de majoração iguais em todo o edifício, apenas avalia um fenómeno global, sem atender às características locais. Por outro lado, H.8 por passar pela avaliação da deformada da estrutura, tem em conta os esforços instalados localmente assim como os deslocamentos e em conformidade com estes resultados, distribui o efeito de segunda ordem em altura.

Situação B:

Relativamente a esta situação, PT11 e PT41, foram avaliados nas mesmas condições de aplicação do método PC de forma a estar na mesma base de comparação, permitindo aferir relativamente ao comportamento das várias metodologias. Pretende-se efectuar uma comparação entre os esforços obtidos através da aplicação das forças majoradas na estrutura com a rigidez elástica, com os auferidos através do método PC. E como forma de melhor perceber estas metodologias comparar-se-ão os momentos que se obtêm numa análise P-Delta com os resultantes das expressões H.7 e H.8, avaliados na estrutura com a rigidez reduzida, isto porque a análise P-Delta é feita na estrutura com a rigidez nominal. Nas figuras seguintes apresentam-se os resultados obtidos.

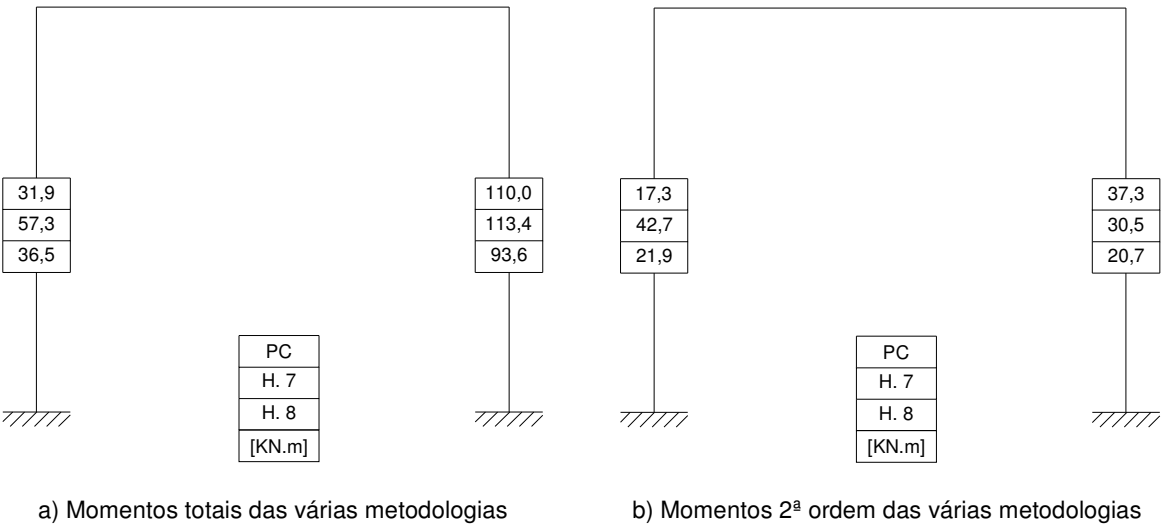


Fig. 4.25 – Momentos obtidos nas várias metodologias em analogia com o método PC, no PT11

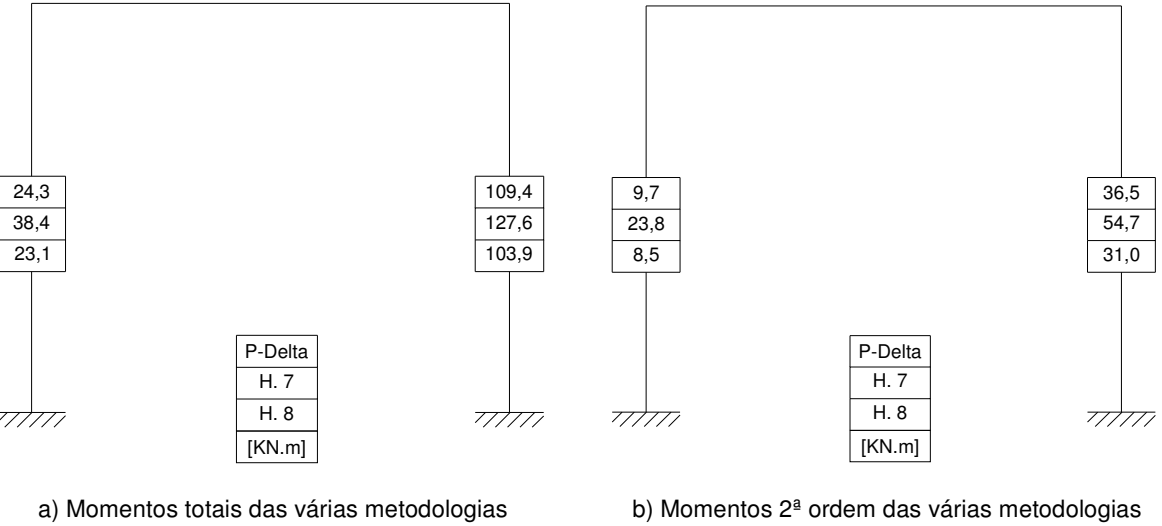
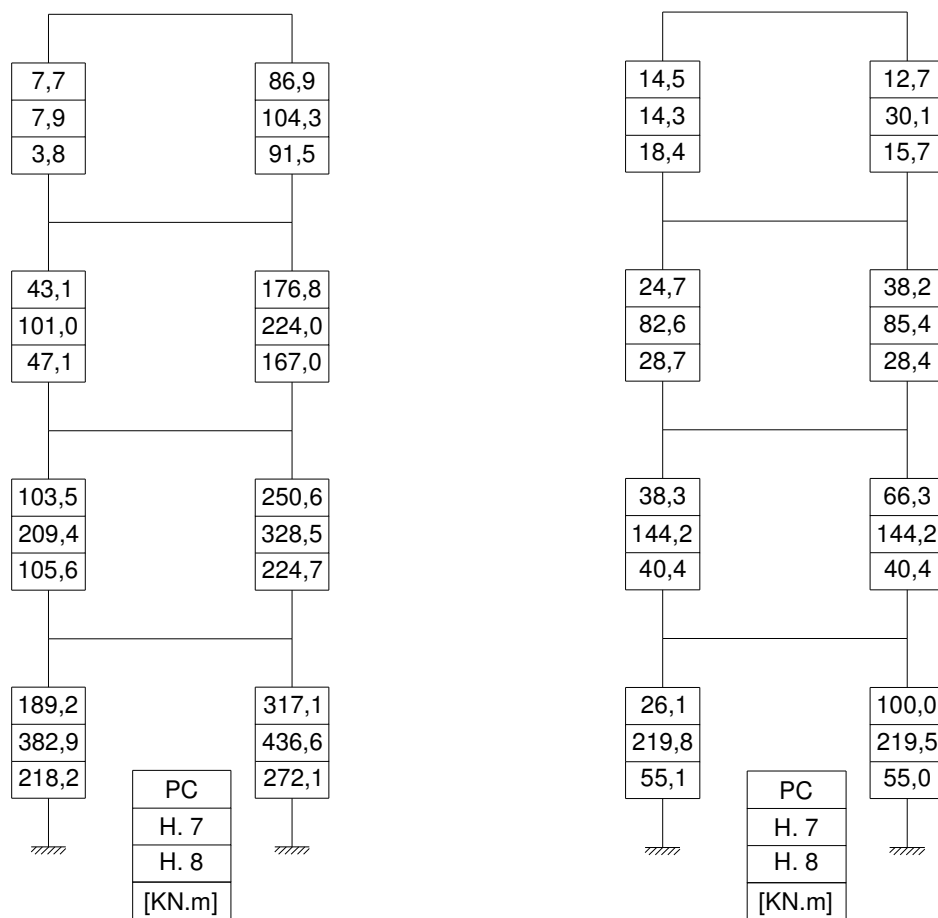


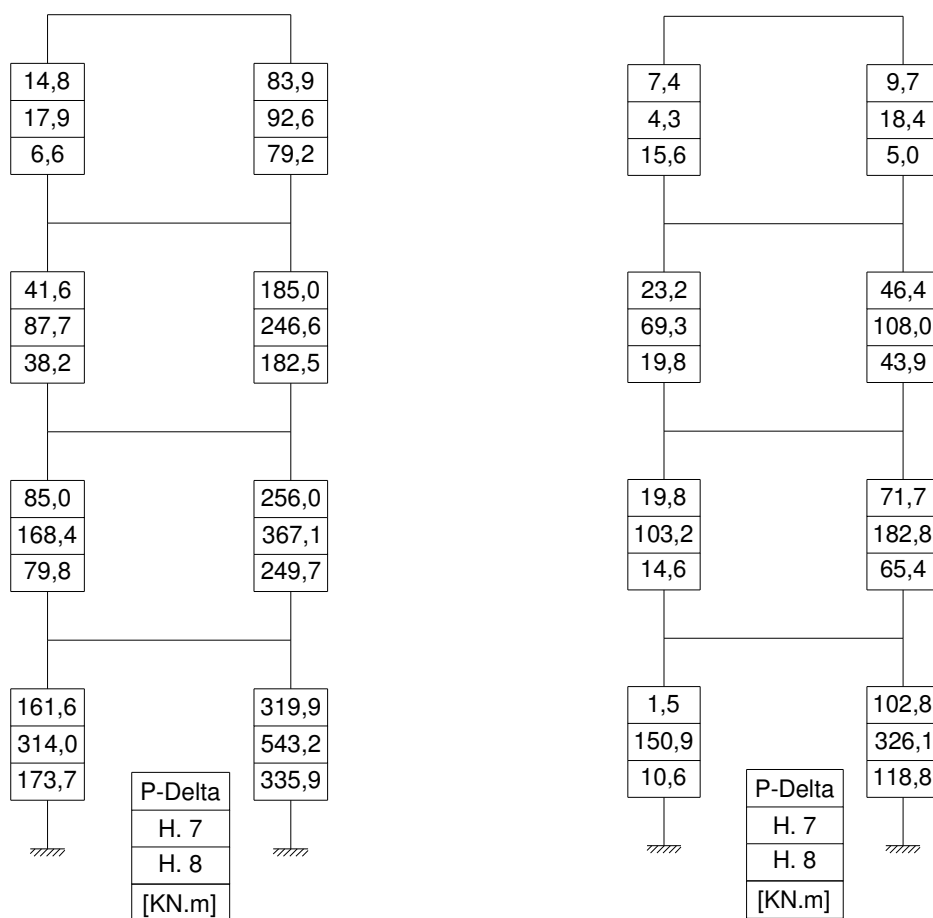
Fig. 4.26 – Momentos obtidos nas várias metodologias em analogia com o método P-Delta, no PT11



a) Momentos totais das várias metodologias

b) Momentos 2ª ordem das várias metodologias

Fig. 4.27 – Momentos obtidos nas várias metodologias em analogia com o método PC, no PT41



a) Momentos totais das várias metodologias

b) Momentos 2ª ordem das várias metodologias

Fig. 4.28 – Momentos obtidos nas várias metodologias em analogia com o método P-Delta, no PT41

As metodologias avaliadas, nomeadamente as expressões H.7 e H.8, distanciam-se bastante o que vai de encontro ao verificado no ponto anterior pois, para uma relação P/P_{cr} aproximadamente de 0,55, verificou-se que a quantificação dos efeitos de segunda ordem através dos dois processos implicava factores de majoração das forças horizontais bastantes diferentes, sendo maiores na expressão H.7, realçando mais a ideia de que é o método mais conservativo. A fiabilidade destas metodologias é avaliada fazendo uma comparação com o método PC, Fig. 4.25 para PT11 e Fig. 4.27 para PT41, em que se verifica que a metodologia H.8 oferece resultados mais próximos dos que se obtém com o método PC, com um erro máximo de aproximadamente 15% para ambas as estruturas em análise, a menos do pilar P7, o qual é muito pouco esforçado, apresentando um erro de 50% contudo, a gama de valores aduzidos para este pilar é da mesma ordem de grandeza, conferindo insignificância a este erro. A viabilidade da metodologia H.8 está também patente na comparação entre a mesma e a análise P-Delta (Fig. 4.26 e Fig. 4.28), onde se verificam erros para o PT11 de 5% em ambos os pilares e para o PT41 no máximo de 8%, a menos do P7, pelas razões apontadas.

As duas comparações analisadas realçam o facto de H.7 se afastar bastante dos valores de referência enquanto H.8 confere valores bastantes aceitáveis em termos comparativos. O distanciamento de H.7 relativamente aos restantes valores prende-se com o facto de esta metodologia efectuar uma avaliação do agravamento dos esforços em função da relação da carga actuante com a da carga de encurvadura, ou seja, quando esta é relativamente baixa, a presente situação, os esforços são muito agravados.

Enquanto, a metodologia de referência, método PC, o método P-Delta e a expressão H.8, atendem às características e comportamentos locais para avaliar os efeitos de segunda ordem.

4.4. APLICAÇÃO DO MÉTODO DA CURVATURA NOMINAL

O método baseado numa curvatura nominal (MCN) exposto no EC2 é principalmente adequado para a quantificação dos efeitos de segunda em elementos isolados sujeitos a uma força normal constante, pelo que, neste ponto pretende-se aplicar esta metodologia ao elemento isolado estudado no ponto 4.3.1, para as mesmas combinações de carga, pois desta forma estabelece-se uma análise comparativa com as metodologias aplicadas nesse ponto. Também se aplicará o presente método ao pórtico PT11 por se tratar de uma estrutura simples com um bastante próximo de um elemento isolado.

4.4.1. ELEMENTOS ISOLADOS

Inicialmente o método em estudo é aplicado ao elemento representado na Fig. 4.2 para as oito combinações representadas no Quadro 4.2, realça-se que nesta análise coloca-se armadura necessária para fazer face aos esforços. Na figura seguinte encontram-se representados os valores obtidos com a aplicação do método assim como os valores obtidos no ponto 4.3.1 com a aplicação das metodologias baseadas numa rigidez nominal para desta forma se fazer uma análise comparativa.

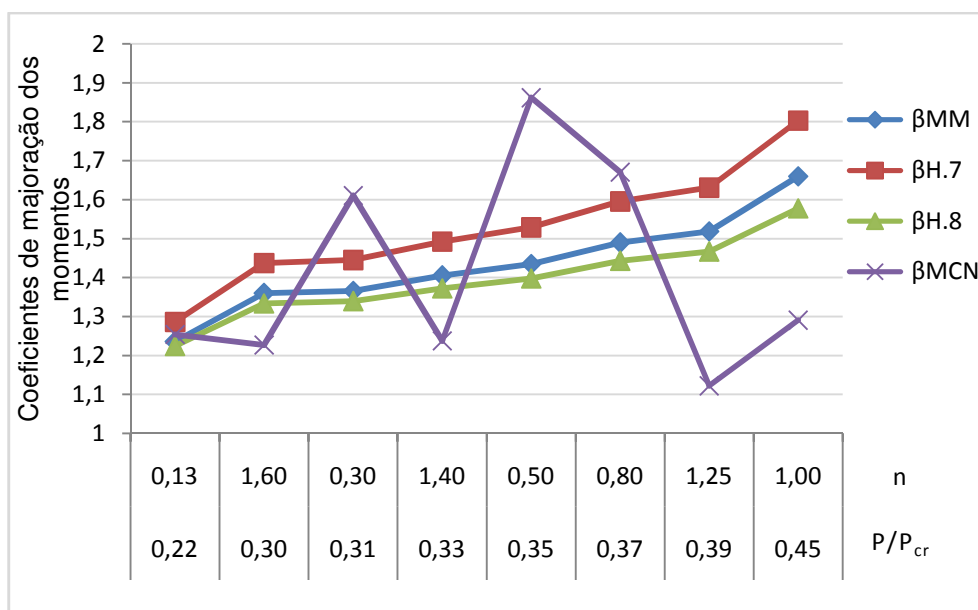


Fig. 4.29 – Comparação dos coeficientes de majoração das várias metodologias em análise

O método da curvatura nominal conduz a resultados bastantes variáveis e verifica-se que para valores de esforço axial reduzido elevados, obtêm-se efeitos de segunda ordem muito reduzidos. Esta situação está patente para um nível de carga que cai fora do âmbito de aplicação na prática, ou seja, a gama de valores de esforços instalados no elemento não é viável pelo que, o método está calibrado para situações exequíveis na prática verificando-se que para estas, obtêm-se factores de majoração superiores aos que se obtêm com as outras metodologias. Nesta ordem de ideias conclui-se que o método da curvatura nominal é bastante conservativo.

Numa segunda análise e, de encontro ao que foi estudado com recurso às outras metodologias, pretende-se aferir relativamente ao comportamento do MCN, quando aplicado a um elemento em que se varia o nível de esforço axial, mas se mantém a armadura constante. Neste pressuposto, aplicar-se-á o método ao mesmo elemento estudado anteriormente para a combinação de esforços representada no Quadro 4.3, obtendo-se os seguintes resultados:

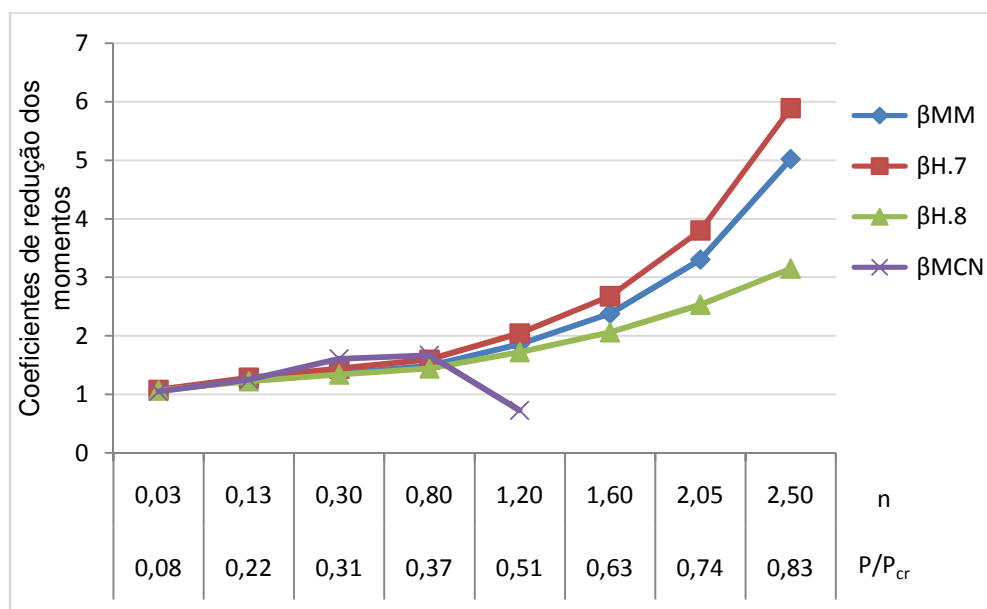


Fig. 4.30 - Comparação dos coeficientes de majoração das várias metodologias em análise mantendo A_s constante

Analisando a figura anterior depreende-se que o MCN até níveis de esforço axial reduzido compreendidos entre 0,3 e 0,8, conduz a valores do factor de majoração sucessivamente maiores, a partir daí decresce, o que já foi constatado na análise anterior. Na figura apenas aparece representado os valores de β_{MCN} até um n de 1,20 pois, para valores superiores obtiveram-se valores negativos, o que se traduz numa situação irrealista mas, que se deve ao factor k_r (equação (2.48)) factor de correcção da curvatura de base, dependente do esforço axial, poder assumir valores negativos, caso a relação de armadura e de esforço axial instalado não esteja em concordância. Verifica-se que neste método, um aumento da armadura conduz a um aumento dos momentos de segunda ordem, tal como está representado na figura seguinte, na qual se encontra representado a evolução de k_r para vários valores de esforço axial reduzido. O parâmetro k_r , destina-se a ter em conta ao facto de em determinados casos a armadura não atingir a extensão de cedência, sendo para estes casos $1/r$ menor que $1/r_0$.

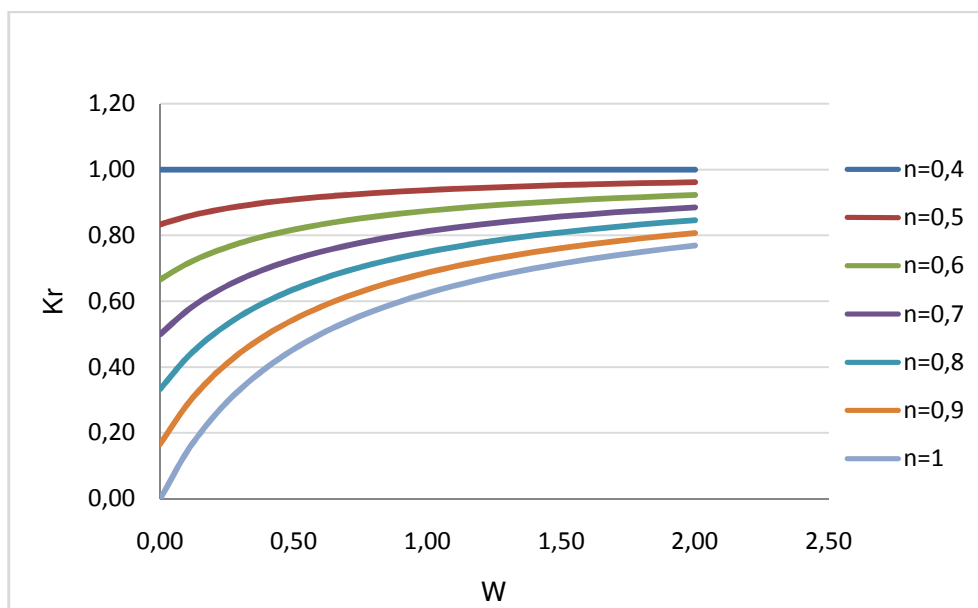


Fig. 4.31 – Variação de k_r em função de armadura adoptada para diferentes factores de carga

Contrariamente ao MCN, no método da rigidez nominal o aumento da armadura proporciona uma diminuição dos efeitos de segunda ordem, pois a rigidez nominal dos elementos também aumenta, conferindo uma maior resistência o que dificulta a instabilidade, pelo que as forças vêm menos agravadas. Mais especificamente, a metodologia baseada na rigidez nominal para estruturas mais perto da instabilidade, determinam factores de majoração bastante elevados, divergindo quando a carga crítica e a carga de encurvadura se aproximam.

4.4.2. APLICAÇÃO DO MCN AO PT11

Mesmo o PT11 não sendo um elemento isolado, optou-se por aplicar o MCN, por se tratar de uma estrutura bastante simples, conduzindo aos seguintes resultados:

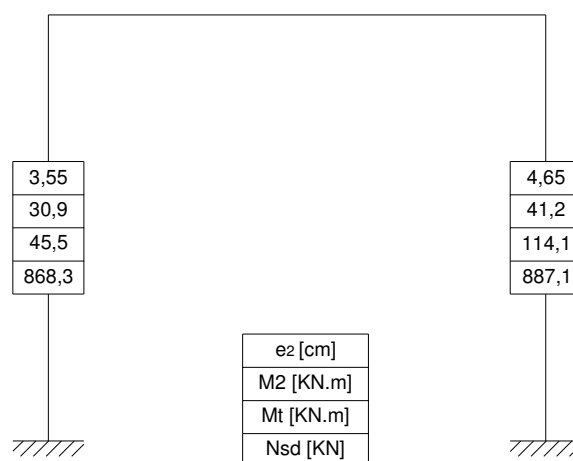


Fig. 4.32 – Método da curvatura nominal aplicado ao PT11

A avaliação dos efeitos de segunda ordem no pórtico PT11 com a aplicação do método em análise conduziu a momentos finais que conferem um erro de aproximadamente 42% para P1 e 4% para o P2

quando comparados com o método PC (método de referência). Para o P2 verifica-se uma proximidade entre estas duas metodologias contudo, não é o suficiente para concluir que é viável a sua aplicação além de que o erro obtido no pilar P1 é bastante elevado. Por outro lado, a aplicação do MCN num pórtico implica avaliar as excentricidades de segunda ordem em cada pilar como se fossem elementos isolados daí, obtêm-se excentricidades diferentes, o que na verdade não traduz correctamente a realidade. Numa estrutura as vigas e lajes do piso conferem uma compatibilização de deformações, ou seja, os deslocamentos nos pilares ao nível do piso são iguais, a menos da deformabilidade axial das vigas. Assim, devia-se considerar a mesma excentricidade de 2ª ordem em todos os pilares. Ainda é de realçar que os efeitos de segunda ordem provocam um acréscimo de esforços nos pilares que, por equilíbrio são transmitidos aos elementos adjacentes, as vigas, alterando os esforços das mesmas. A aplicação deste método baseado numa curvatura nominal, não contempla esta situação pois, avalia apenas o acréscimo de momento nos elementos isolados não havendo qualquer interacção com as vigas.

Em suma, a aplicação do MCN em estruturas porticadas é complexa e a aplicação deste directamente e da forma como o EC2 o apresenta implica soluções que não traduzem a realidade, pelo que é importante ter em atenção algumas situações. O ideal seria ter uma única excentricidade para todos os pilares cada piso.

4.5. CONCLUSÃO

A aplicação do método da rigidez nominal a um elemento isolado permitiu concluir que as metodologias baseadas numa rigidez nominal, indicadas no EC2, têm um comportamento similar quando o nível de carga a que o elemento está sujeito é bastante baixo relativamente à carga crítica, ou seja, conduzem a efeitos de segunda ordem reduzidos, em que o factor de majoração das forças horizontais é próximo da unidade. Por outro lado, quando a carga actuante se aproxima da carga que conduz à instabilidade do elemento, as metodologias disparam, saem do âmbito de aplicação. A relação de cargas para as quais os métodos conduzem a factores de majoração exageradamente elevados é aproximadamente 0,5, em que a carga vertical corresponde a 50% da carga crítica. Verificou-se que a expressão H.7 proposta no Anexo H conduz a soluções de dimensionamento sempre superiores às restantes metodologias baseadas na rigidez nominal, revelando ser uma via de quantificação dos efeitos de segunda ordem, conservativa. A majoração das forças horizontais através da expressão H.8, para níveis de carga elevados, é substancialmente inferior à das restantes expressões, pois esta não depende da carga crítica da estrutura, avalia os efeitos de segunda ordem através da inclusão de forças horizontais que traduzem os efeitos dos incrementos de carga vertical e de deformação.

A aplicação do MRN em estruturas porticadas acarreta algumas particularidades, nomeadamente na definição do comprimento efectivo e na avaliação da rigidez das vigas. O cálculo da rigidez nominal de elementos comprimidos requer o conhecimento do coeficiente de esbelteza, o qual deve ser avaliado fazendo intervir o efeito da fendilhação na rigidez dos elementos de fixação. Isto traduz desde logo uma dificuldade pois, mesmo antes de determinar a rigidez nominal é necessário o seu conhecimento para definir a esbelteza, esta ideia conduz a uma solução que passaria pela realização de um método iterativo. Contudo, mediante o estudo efectuado, verificou-se que a utilização da rigidez reduzida na avaliação do comprimento de encurvadura, conduz a valores da rigidez nominal similares aos que se obtém com a utilização da rigidez elástica. Este aspecto verifica-se porque a relação entre a rigidez reduzida das vigas e dos pilares é praticamente igual nas duas situações. Por outro lado, a simplificação apresentada pelo EC2 para o caso de não se determinar a esbelteza, em que só depende

do esforço axial reduzido instalado no elemento, conduz a resultados próximos, além disto, o parâmetro relacionado com a esbelteza na maioria das situações analisadas, adquire o valor do seu limite máximo, o que confere uma indiferença na forma como se avalia o comprimento efectivo ou até mesmo na opção de não o avaliar.

A outra problemática associada à estimativa da rigidez reduzida dos elementos, prende-se com as vigas pois, a quantificação da rigidez das mesmas em estado limite último não está devidamente esclarecida no regulamento, tendo isto presente efectuou-se uma análise de sensibilidade das mesmas variando a sua rigidez o que permitiu aferir que a redução de rigidez a empregar às vigas não é determinante na avaliação da carga de encurvadura, nem na obtenção dos esforços finais. Em estruturas porticadas simples pode não haver grande rigor na sua avaliação, contudo, é razoável adoptar uma rigidez que vá de encontro à garantia de segurança.

O método da curvatura nominal tem um campo de aplicação restringido, está calibrado para níveis de esforço axial corrente de pilares. O aumento de armadura conduz ao aumento dos efeitos de segunda ordem, contrariamente ao que acontece no MRN pois, neste uma maior armadura implica um valor da rigidez nominal a empregar aos pilares, maior, conferindo-lhes uma maior resistência e consequentemente um aumento da carga crítica do edifício, revelando-se num factor de majoração das forças horizontais menor. A aplicação do MCN é primariamente indicada a elementos isolados pois, quando aplicada a estruturas verifica-se que se obtém uma excentricidade de segunda ordem para cada pilar o que na realidade não pode acontecer uma vez que devido à compatibilização dos vários elementos constituintes da estrutura, o deslocamento é igual por piso.

A aplicação dos métodos propostos pelo EC2, requer uma avaliação criteriosa com o intuito de perceber se é aplicável pois, do ponto de vista prático o campo de aplicação dos mesmos é reduzido, obtendo-se facilmente momentos de segunda ordem irrealistas. A metodologia H.7 é de fácil aplicação e conduz a resultados que estão do lado da segurança, enquanto a H.8 acarreta uma sequência na sua avaliação mais complexa que é do ponto de vista prático mais morosa. O estudo das metodologias presentes no EC2 foi efectuado usando como base de comparação o método definido como de referência ao longo deste capítulo contudo, importa realçar que este método adequou-se para os exemplos estudados mas, as conclusões retiradas não podem ser extrapoladas para outro tipo de estruturas.

5

METODOLOGIAS PARA A AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM NO PROJECTO DE EDIFÍCIOS

5.1. INTRODUÇÃO

Os efeitos de segunda ordem assumem um papel muito importante nas estruturas reticuladas de betão armado, mais especialmente no dimensionamento de pilares. As metodologias para a sua quantificação foram expostas no capítulo 2 e neste serão aplicadas a um exemplo. O exemplo que se pretende analisar acarreta algumas particularidades, uma delas é o facto de ter elementos de contraventamento e outra está associada à presença de caves. O edifício apresenta dois elementos de contraventamento, uma caixa de elevador e uma parede de betão armado e tem dois pisos enterrados. Pretende-se aplicar as metodologias propostas pelo EC2, mais especificamente, aplicar-se-á o método da curvatura nominal, o método da rigidez nominal para a avaliação dos efeitos de segunda ordem e com recurso ao SAP2000, efectuar-se-á uma análise P-Delta. Esta última tem o objectivo de estabelecer uma análise comparativa com os métodos do EC2, permitindo aferir relativamente à aplicação dos mesmos neste tipo de edifícios.

Edifícios com as características do exemplo em estudo podem assumir uma forma de análise dos efeitos de segunda ordem particular, dependendo da rigidez relativa dos vários elementos constituintes da estrutura, ou seja, se a rigidez dos elementos de contraventamento for bastante elevada, é passível a avaliação dos efeitos de segunda ordem, analisando apenas esses elementos, aplicando-lhes todas as forças horizontais. Caso tal não se verifique os efeitos de segunda ordem são avaliados sobre a estrutura global. Pretende-se efectuar este estudo neste capítulo para tal, inicialmente será avaliada a rigidez relativa dos elementos constituintes nomeadamente, pórticos e elementos de contraventamento, com o intuito de avaliar qual a viabilidade de isolar os elementos de contraventamento no estudo em questão.

Essencialmente, este capítulo tem como principal objectivo, tentar encontrar a melhor metodologia para a avaliação dos efeitos de segunda ordem na presente estrutura em análise, passando por um estudo de vários métodos.

5.2. DESCRIÇÃO GLOBAL DA ESTRUTURA ANALISADA E DEFINIÇÃO DAS ACÇÕES

5.2.1. DESCRIÇÃO GLOBAL DA ESTRUTURA

O exemplo de estudo é uma estrutura que se enquadra no campo de aplicação dos métodos indicados anteriormente, reticulada regular de betão armado, com dois elementos de contraventamento de

espessura 0,20 m os quais são uma caixa de elevadores e uma parede. O edifício localiza-se no centro de Vila de Conde e traduz-se num exemplo corrente de construção habitacional. Caracteriza-se por ter dois pisos enterrados, destinados a garagens e 7 pisos elevados, tal como o corte representado na

Fig. 5.5 evidencia. O edifício tem uma grande rigidez ao nível dos pisos inferiores pois, tem paredes de contenção de betão armado de espessura 0,25 m, um dos lados desses pisos não tem parede para dar lugar à passagem dos veículos. A Fig. 5.1 tem representado os elementos estruturais em formato 3D, permitindo a visualização mais esclarecedora da posição dos elementos de contraventamento e por outro lado, evidencia as paredes de fundação representadas em elementos finitos.

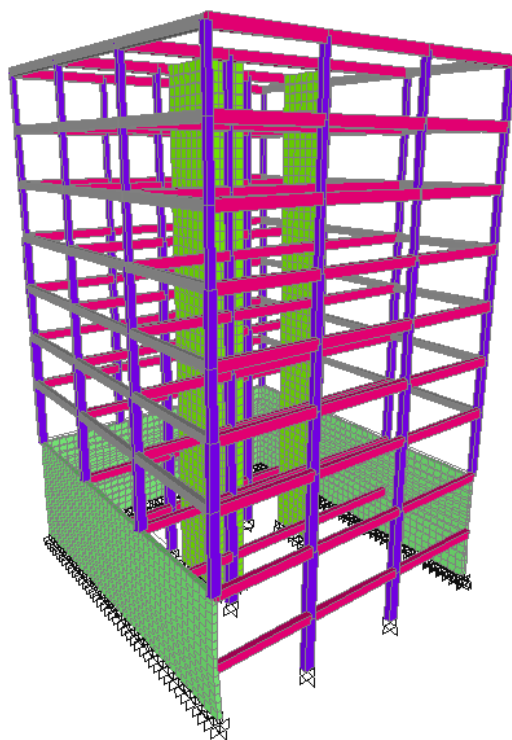


Fig. 5.1 – Imagem 3D do edifício em estudo

A planta estrutural de um piso superior encontra-se na figura seguinte e na Fig. 5.4, está ilustrada a planta de um piso inferior. O corte BB' indicado nas plantas surge na Fig. 5.5. É de salientar que se considera como direcção y a paralela aos alinhamentos de 1 a 4 e a direcção x como sendo a perpendicular.

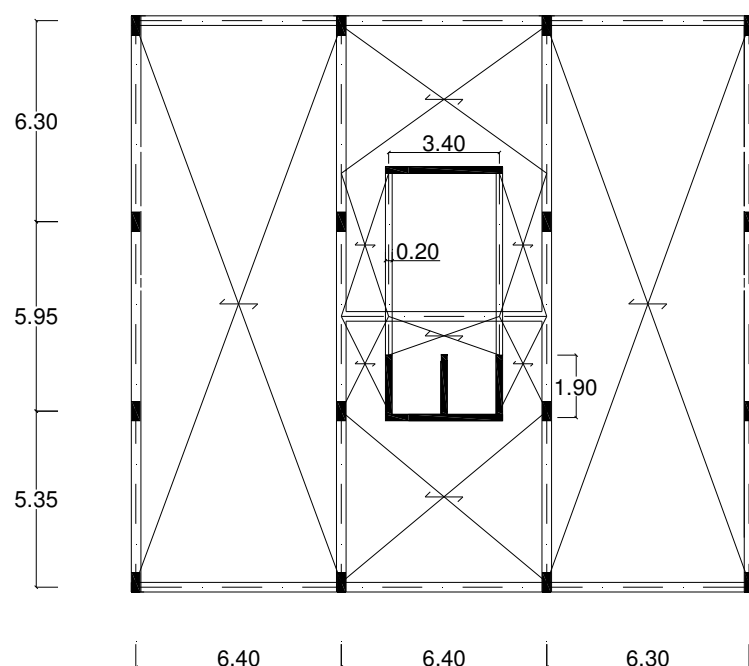


Fig. 5.2 – Planta estrutural de um piso superior com indicação do funcionamento das lajes

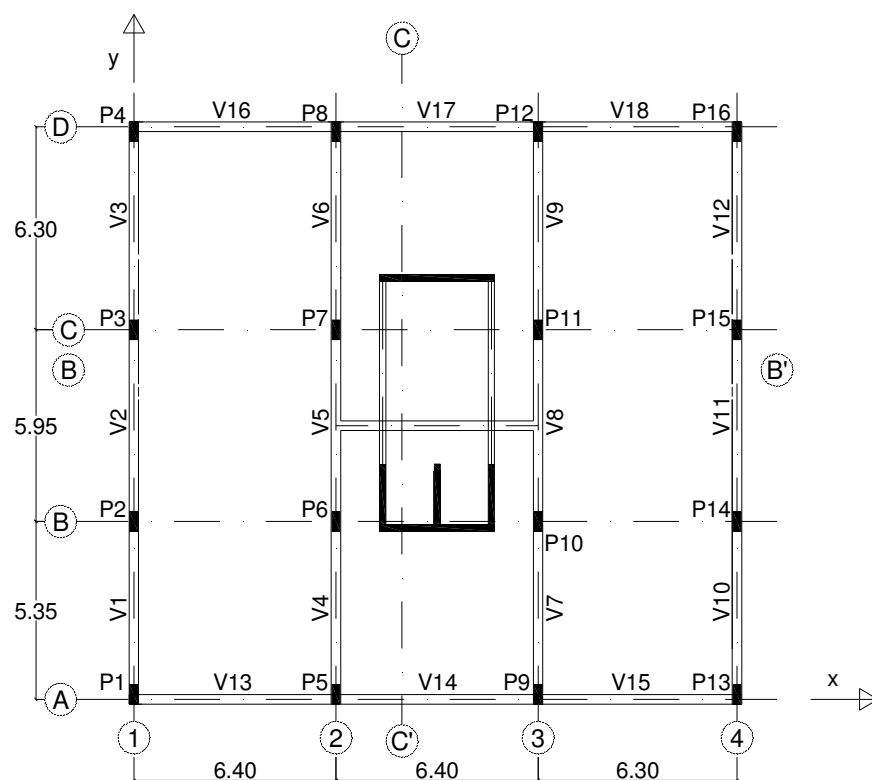


Fig. 5.3 – Planta estrutural de um piso superior com a numeração dos elementos

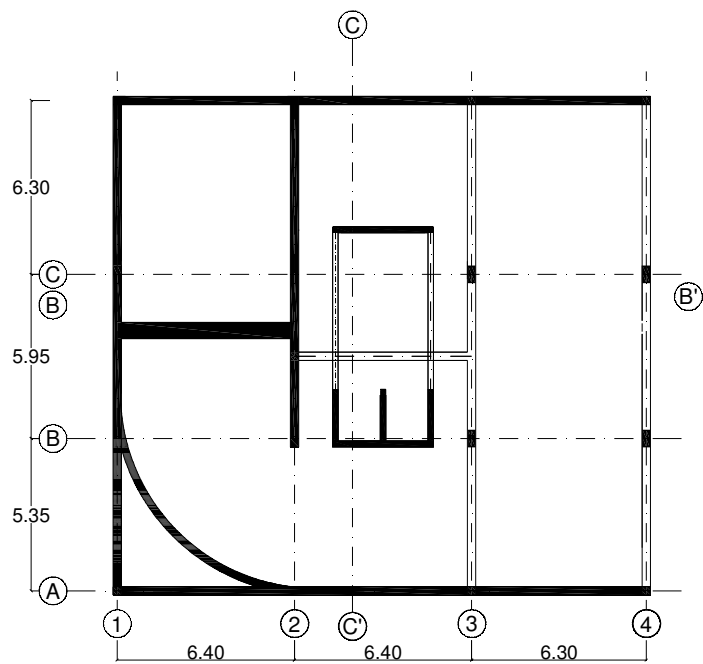


Fig. 5.4 – Planta estrutural de um piso inferior

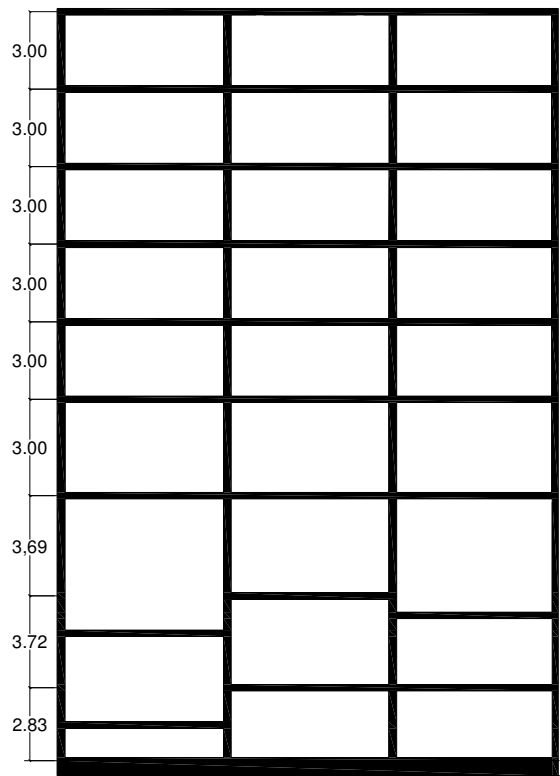


Fig. 5.5 - Corte BB'

Os materiais utilizados são betão C25/30 e aço A500. As secções dos pilares são iguais ao nível de cada piso e as vigas por sua vez repetem-se em cada direcção, as suas secções encontram-se representadas no Quadro 5.1.

Quadro 5.1 – Características dos elementos estruturais

Pisos	Pilares		Vigas segundo x		Vigas segundo y	
	b (m)	h (m)	b (m)	h (m)	b (m)	h (m)
Piso -2	0,35	0,6	-	-	-	-
Piso -1	0,35	0,6	-	-	0,3	0,5
Piso 0	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,5
Piso 1	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,5
Piso 2	0,3	0,5	0,3	0,4	0,3	0,5
Piso 3	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5
Piso 4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5
Piso 5	0,3	0,3	0,3	0,4	0,3	0,5
Piso 6	0,3	0,3	0,3	0,4	0,3	0,5
Piso 7	-	-	0,3	0,4	0,3	0,5

5.2.2. DEFINIÇÃO DAS ACÇÕES

As acções consideradas para o estudo do edifício em análise foram as cargas permanentes devidas ao peso próprio dos elementos, as acções variáveis associadas ao tipo de utilização, o vento e as imperfeições geométricas. A acção do sismo não é incluída nas análises pois, considera-se que esta não é condicionante. Para efeitos de quantificação da acção do vento, seguiram-se os preceitos definidos no RSA, em que se considerou o edifício pertencente à zona B (Art.20º) e a rugosidade aerodinâmica do solo do tipo I (Art.21.º). Os valores reduzidos da pressão dinâmica do vento deverão ser obtidos através dos seguintes coeficientes: $\psi_0 = 0,4$; $\psi_1 = 0,2$; $\psi_2 = 0$. Aplicando as regras definidas para a zona e rugosidades consideradas, obtiveram-se os seguintes valores característicos da acção vento:

Quadro 5.2 – Forças do vento (kN) na direcção y

Cota	Direcção y			
	Alinhamento 1	Alinhamento 2	Alinhamento 3	Alinhamento 4
3,69	9,69	19,39	19,24	9,54
6,69	8,69	17,39	17,25	8,56
9,69	8,69	17,39	17,25	8,56
12,69	8,69	17,39	17,25	8,56
15,69	7,95	15,90	15,77	7,82
18,69	8,43	16,86	16,73	8,30
21,69	4,43	8,87	8,80	4,36

Quadro 5.3 – Forças do vento (kN) na direcção x

Cota	Direcção x			
	Alinhamento A	Alinhamento B	Alinhamento C	Alinhamento D
3,69	8,10	17,09	18,49	9,51
6,69	7,27	15,32	16,59	8,53
9,69	7,27	15,32	16,59	8,53
12,69	7,27	15,32	16,59	8,53
15,69	6,64	14,01	15,16	7,80
18,69	7,05	14,85	16,08	8,27
21,69	3,71	7,81	8,46	4,35

O valor das acções variáveis foi avaliado segundo o RSA, sendo para os pisos superiores, o relativo a ocupação habitacional e para o piso -1 e -2, a sobrecarga associada a garagens. Posto isto, no quadro seguinte surge os valores característicos da sobrecarga e cargas permanentes por piso.

Quadro 5.4 – Acções consideradas no cálculo

Piso	Permanente (kN/m ²)	Sobrecarga			
		kN/m ²	ψ_0	ψ_1	ψ_2
piso -1	4,92	4	0,8	0,7	0,6
piso 0	7,02	2	0,4	0,3	0,2
piso 1 a 6	6,49	2	0,4	0,3	0,2
piso 7	4,92	2	0,4	0,3	0,2

As imperfeições geométricas foram determinadas segundo as imposições regulamentares do EC2 em que se estabeleceu uma inclinação, θ_i , através da equação (2.17), a qual corresponde à deformada global do edifício, obtendo-se uma força distribuída correspondente de 3,61 kN/m, para cada direcção.

Nas análises foram consideradas as combinações de acções para dimensionamento em estados limites últimos:

$$P_{sd} = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} S_{Gik} + \gamma_q \left[S_{Qik} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} S_{Qjk} \right] \quad (5.1)$$

5.2.3. VERIFICAÇÃO DA DISPENSA DOS EFEITOS GLOBAIS DE SEGUNDA ORDEM

Segundo o EC2 e como explicado no capítulo 2, os efeitos de segunda ordem podem ser ignorado se representarem menos de 10% dos efeitos de primeira ordem. Como alternativa a este critério os efeitos de segunda ordem podem ser ignorados se se verificar a condição expressa na equação (2.9). Neste

pressuposto, calculou-se o limite máximo para a carga vertical total nos elementos contraventados e nos elementos de contraventamento, para cada direcção, para tal:

Quadro 5.5 – Verificação da dispensa dos efeitos globais de segunda ordem

Direcção	k_1	n_s	E_{cd} (GPa)	I_c (m ⁴)	L (m)	$(F_{V,Ed})_{limite}$ (kN)	$(F_{V,Ed})$ (kN)	Verificação
y	0,31	7	25,83	0,726	21,69	10059	33082	KO
x				3,640		50429		OK

Na direcção y devido à menor rigidez dos elementos de contraventamento, a avaliação dos efeitos de segunda ordem não foi dispensada por outro lado, os referidos elementos na direcção x têm uma elevada rigidez, que se traduz numa maior dificuldade de ocorrer a instabilidade do edifício nessa direcção, pelo que segundo o regulamento a verificação dos efeitos de segunda ordem nessa direcção é dispensada.

A verificação da dispensa dos efeitos globais de segunda ordem pode ser também avaliada segundo o Anexo H do EC2, equação (2.10), onde está traduzido que os efeitos de segunda ordem podem ser ignorados se a carga vertical total do edifício representar 10% ou menos da carga global nominal de encurvadura para flexão global. A partir da equação (2.11), pode avaliar-se a referida carga global de encurvadura e na aplicação desta ao exemplo em estudo, considerou-se simplifadamente que a flexibilidade relativa da secção de encastramento é 0, embora ao nível do piso 0 haja alguma flexibilidade de rotação. Uma outra possibilidade para avaliar a carga em questão poderia passar por modelar o edifício e avalia-la directamente, o que traz algumas dificuldades pois, o SAP2000, programa usado para o estudo deste exemplo, numa análise de encurvadura deste, apanha os modos de encurvadura associados à instabilidade local dos elementos, não indicando a instabilidade global pretendida. Contudo, ainda há a opção de avaliar a carga de encurvadura apenas dos elementos de contraventamento, partindo do pressuposto que representa com alguma razoabilidade a carga global do edifício e, neste sentido modelaram –se os elementos de contraventamento no programa de análise em uso como elementos de barra, introduzindo-lhe a rigidez corresponde em cada direcção. Para a direcção y colocou-se a rigidez da caixa de elevador uma vez que a da parede é desprezável e para a direcção x, a associada aos dois elementos. Ainda é de realçar que o regulamento indica uma simplificação para a redução da rigidez do elemento fendilhado, indicada na expressão (2.12), a qual foi utilizada. No quadro seguinte indicam-se os valores obtidos para cada situação e as verificações associadas.

Quadro 5.6 – Verificação da dispensa dos efeitos globais de segunda ordem segundo o Anexo H

Direcção	$F_{V,Ed}$ (kN)	$F_{V,BB}$ (kN)		$F_{V,BB} \leq 0,1 \cdot F_{V,BB}$
		Anexo H	SAP2000	
y	33032	101240	95419	KO
x		507539	474592	OK

A carga global nominal de encurvadura avaliada através da expressão proposta pelo Anexo H ou através da consideração apenas dos elementos de contraventamento é bastante próxima, tal como se pode observar no quadro anterior, em que o erro associado à simplificação, relativamente à carga obtida através da expressão é cerca de 6% para as duas direcções. Através dos resultados obtidos

conclui-se que na direcção x, não se devem considerar efeitos de segunda ordem enquanto na outra direcção sim. Esta conclusão é a mesma da retirada do Quadro 5.5, em que se avaliou a expressão proposta pelo EC2 para edifícios.

5.3. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NA DIRECÇÃO Y

É prática corrente em projecto, perante um edifício com elementos de contraventamento bastante rígidos, calcular a estrutura colocando todas as forças horizontais nos elementos de contraventamento e desta forma, assegurar que em estado limite último estes elementos suportam o edifício. Esta opção penaliza os elementos em termos de dimensionamento e alivia os pórticos, mas é uma via bastante segura embora, seja necessário avaliar a sua viabilidade em termos económicos. A simplificação mencionada é feita quando a rigidez dos elementos de contraventamento é bastante superior à dos pórticos daí, inicialmente avaliou-se a rigidez relativa dos vários elementos, utilizando a rigidez nominal nos pilares e uma determinada rigidez reduzida nas vigas. Para calcular a rigidez nominal dos pilares, aplicando a equação (2.24), foi necessário determinar a armadura dos pilares. Esta armadura foi dimensionada à flexão composta pois, na direcção de maior rigidez do pórtico, direcção x, os pilares têm momentos muito reduzidos daí, considerou-se no dimensionamento apenas o momento segundo a direcção de menor rigidez do pórtico. Para calcular a armadura respeitaram-se as imposições regulamentares preconizadas no EC2. Tal como avaliado no capítulo 4, a simplificação apresentada para a não avaliação da esbelteza é bastante razoável e traduz-se do ponto de vista prático numa opção viável, pelo que se considerou nesta análise. Em conformidade com o referido, apresenta-se no quadro seguinte as reduções a efectuar à rigidez elástica para cada tipo de pilar, em que o produto de r , coeficiente de redução, pela rigidez elástica de cada pilar, conduz aproximadamente ao valor da rigidez nominal obtido. É de salientar que do ponto de vista de projecto há todo o interesse em proceder à tipificação de pilares, ou seja, aplicar reduções de rigidez aos pilares semelhantes, criando grupos com as mesmas reduções, o que conduz a um trabalho simplificado de reavaliação da rigidez na modelação.

Quadro 5.7 – Coeficientes de redução da rigidez elástica dos pilares

Tipos de pilares		r
b (m)	h (m)	
0,30	0,3	0,1
0,30	0,4	0,11
0,30	0,5	0,11
0,35	0,6	0,11

Relativamente, à rigidez a utilizar nas vigas, e tal como já explicado no capítulo 2 e 4, o EC2 não indica claramente a forma de o calcular, apenas indica uma simplificação em que refere que se podem admitir em estado limite último as secções totalmente fendilhadas. Portanto, a opção de qual a rigidez a utilizar fica a cargo do projectista. É de salientar que no capítulo 4 se constatou que para pórticos simples e regulares, a rigidez das vigas não tinha grande influência no valor da carga global de encurvadura e na avaliação dos esforços finais, quando se adoptava a estrutura com a rigidez nominal dos elementos. Contudo, para o exemplo em análise não se pode adoptar essa indicação uma vez que se trata de uma estrutura regular mas, com elementos de contraventamento, os quais conferem um

comportamento diferente da estrutura. Tendo esta ideia presente, serão adoptadas duas reduções de rigidez das vigas, de forma a analisar qual a influência das mesmas nos resultados obtidos. Uma das reduções foi avaliada atendendo à simplificação indicada no EC2, para o efeito, utilizou-se uma percentagem de armadura de 1% para todas as vigas uma vez as secções são homogéneas e estão submetidas aos mesmos esforços por piso o que conduz aproximadamente à mesma solução de dimensionamento. Com esta opção, obteve-se uma rigidez reduzida de 30 % da rigidez elástica ($r = 0,3$), adoptando-se este valor e um factor de redução de $0,1$, esta opção permite avaliar o comportamento da estrutura quando se colocam as vigas com uma rigidez bastante baixa e uma um pouco maior.

As reduções de rigidez dos pilares e das vigas determinadas, traduzem a rigidez da estrutura em estado limite último, pelo que é com esta rigidez que se avaliou qual a percentagem de rigidez dos elementos de contraventamento na direcção y, direcção em que se têm de incluir os efeitos de segunda ordem, para tal, efectuou-se uma associação em comboio dos pórticos e caixa de elevador, desprezando-se a parede, uma vez que esta oferece uma rigidez muito reduzida na direcção em análise, e aplicaram-se as forças do vento, tal como evidenciado na figura seguinte:



Fig. 5.6 – Associação em comboio dos elementos na direcção y, com a aplicação das forças do vento

Avaliou-se a distribuição das forças de corte nos vários elementos pois, a rigidez relativa dos pórticos e da caixa é aproximadamente traduzida pela relação entre as forças de corte de cada elemento e a carga total horizontal aplicada. Esta análise conduziu a uma percentagem de rigidez para a caixa de 67 % quando se colocam as vigas com uma redução de 70 % e de 74 % para uma redução de 90 % de rigidez das vigas.

A percentagem de rigidez associada à caixa de elevador para as duas situações não é muito elevada no entanto, confere à caixa uma grande rigidez quando comparada com os pórticos, pelo que se adoptaram duas hipóteses de avaliação dos efeitos de segunda ordem, hipótese A e B. Na hipótese A assume-se que em estado limite último, o único elemento resistente é a caixa de elevador daí, todas as forças horizontais são colocadas nesse elemento e os pórticos são avaliados com a solicitação correspondente apenas às forças verticais. A hipótese B prende-se com a análise dos efeitos de segunda ordem considerando a contribuição de todos os elementos. As duas análises são apresentadas em separado e pretende-se com estas avaliar qual a melhor opção a adoptar em projecto.

5.3.1. HIPÓTESE A

Tal como referido, nesta hipótese admite-se que o único elemento que resiste às forças horizontais é a caixa de elevador. Neste pressuposto aplicaram-se todas as referidas forças no elemento de contraventamento, nomeadamente as forças do vento e as imperfeições geométricas e avaliaram-se os efeitos de segunda ordem para esta situação. Esta avaliação foi feita aplicando a expressão H.7 do anexo H, em que depende da carga crítica global do edifício e da carga actuante, obtendo-se a majoração a aplicar a todas as forças horizontais de forma a incluir os efeitos de segunda ordem. No entanto, como se considera que o único elemento resistente é a caixa de elevador, assume-se que esta terá de aguentar com todas as forças instaladas no edifício, ou seja, introduziu-se na expressão H.7, a relação entre a carga de encurvadura da caixa isolada quando submetida à sua carga efectiva ($F_{V,B} = 95419 \text{ kN}$) e a carga global do edifício ($F_{V,Ed} = 33032 \text{ kN}$), os seus valores estão representados no Quadro 5.6. Obtendo-se para esta situação um factor de majoração das forças ($\beta_{H.7}$) de 1,529, este valor revela uma grande penalização da caixa para esta hipótese uma vez que todas as forças horizontais são majoradas com este factor, o que conduz a momentos bastantes elevados ao nível do piso 0, os resultados indicam-se no quadro seguinte:

Quadro 5.8 – Síntese dos esforços obtidos

Combinação	P_{sd} (kN)	$M_{1^a \text{ ordem}}$ (kN.m)	$\beta_{H.7}$	M_{total} (kN.m)	$M_{2^a \text{ ordem}}$ (kN.m)
2	3480,74	6799,11	1,529	10398,95	3599,84
1	3925,52	3216,50		4919,50	1703,00

As combinações que surgem nas tabelas dizem respeito à alternância da acção de base, em que na combinação 2 a acção de base é o vento e na 1 a sobrecarga.

Os pórticos apenas estão submetidos às acções verticais, apresentando momentos de flexão bastante baixos, no seguinte quadro indicam-se os esforços dos pilares do piso 0 submetidos a um maior momento devido às cargas verticais e maior esforço axial, para a situação em que a sobrecarga é a acção de base (combinação 1).

Quadro 5.9 – Esforços nos pilares mais solicitados

Pilar	P_{sd} (kN)		M_{sd} (kN.m)	
	$r = 0,3$	$r = 0,1$	$r = 0,3$	$r = 0,1$
P8	1491,37	1535,58	60,77	75,51
P11	2396,07	2315,97	11,39	11,37

O EC2 apresenta um outro método, método da curvatura nominal, para a avaliação dos efeitos de segunda ordem principalmente indicado para elementos isolados sujeitos a uma força normal constante, este método é simples e não necessita da avaliação de uma outra rigidez, trabalha-se com a rigidez elástica dos elementos, pelo que poderia ser muito facilmente uma opção para calcular os efeitos de segunda ordem na caixa de elevador, pois trata-se de um elemento isolado. Contudo, este elemento está submetido a uma força normal que não é constante em altura daí, a aplicação do método é complexa e pode ser duvidosa. Uma dificuldade que surge à partida prende-se com a avaliação do comprimento efectivo, l_0 , a qual pode ser ultrapassada aplicando a equação (2.8), que permite determinar este parâmetro conhecendo a carga de encurvadura do elemento, representada por N_B . Após o conhecimento do comprimento efectivo e da curvatura, $1/r$, pode avaliar-se a excentricidade

de segunda ordem, equação (2.45). Com e_2 definido, surge a dúvida de como avaliar o momento de segunda ordem. Uma possibilidade passa por aplicar a equação (2.44), em que N_{Ed} para a presente situação diz respeito à carga global do edifício, considerando que está aplicada no topo do elemento, uma vez que se pretende avaliar um deslocamento global do edifício. Contudo, esta via de avaliação do momento de segunda ordem conduz a resultados irrealistas, ou seja, momentos de segunda ordem brutais. A alternativa à possibilidade apresentada passa por definir a forma da deformada do elemento e em cada nível aplicar a equação (2.44), onde N_{Ed} seria a carga vertical associada a cada piso. Esta opção acarreta dúvidas uma vez que surge incerteza da altura do elemento a utilizar.

Posto isto, e tal como explanado, a aplicação do MCN na análise em questão implica grandes dúvidas, a solução passará por uma intermédias das apresentadas. Fica mencionado o problema associado à aplicação desta metodologia com o intuito de chamar a atenção para esta problemática.

5.3.2. HIPÓTESE B

Esta segunda hipótese prende-se com a determinação dos efeitos de segunda ordem, considerando as forças horizontais aplicadas à estrutura, contando com a contribuição dos pórticos e dos elementos de contraventamento para a resistência. Nesta opção avaliou-se os efeitos de segunda ordem através de três metodologias, aplicaram-se as expressões do Anexo H, H.7 e H.8, e fez-se uma análise P-Delta através do SAP2000. Com estas análises pretende avaliar estes métodos de cálculo quando aplicado a estrutura com elementos de contraventamento de forma a aferir a respeito da viabilidade dos mesmos.

5.3.2.1. Aplicação de H.7

Inicialmente aplicou-se a expressão H.7 e tal como na hipótese anterior é necessário avaliar a carga global de encurvadura utilizando a rigidez nominal dos elementos. Esta foi calculada sobre a estrutura representada na Fig. 5.6, para as duas situações contempladas na hipótese A, em que se aplicam duas reduções diferentes de rigidez às vigas, obtendo-se os seguintes resultados:

Quadro 5.10 – Resultados da aplicação de H.7

Situação	Carga global	λ_{cr}	$\beta_{H.7}$
$r = 0,3$	30910	5,84	1,207
$r = 0,1$		4,76	1,266

As forças horizontais são majoradas com o factor $\beta_{H.7}$, e aplicadas à estrutura, obtendo-se os esforços finais. Surge a dúvida na decisão da rigidez a colocar à estrutura para avaliação final dos esforços, na presente situação opta-se pela estrutura com a rigidez reduzida para avaliar a influência da mesma sobre os esforços finais. Indica-se no quadro seguinte os esforços obtidos instalados na caixa de elevadores, ao nível do piso 0, para as duas combinações em análise:

Quadro 5.11 - Esforços na caixa de elevador com aplicação de H.7

Situação	Combinação	P_{sd} (kN)	$M_{1^a \text{ ordem}}$ (kN.m)	M_{total} (kN.m)	$M_{2^a \text{ ordem}}$ (kN.m)
$r = 0,3$	1	3480,74	1252,59	1534,47	281,88
	2	3925,52	2791,78	3388,82	597,04
$r = 0,1$	1	3480,74	1550,79	2002,2	451,41
	2	3925,52	3464,81	4420,1	955,29

Os esforços dos pilares analisados na situação A, na presente análise são os seguintes:

Quadro 5.12 – Esforços nos pilares com aplicação de H.7

Situação	Pilar	Combinação	Ps _d (kN)	M1ª ordem (kN.m)	M _{total} (kN.m)	M2ª ordem (kN.m)
r = 0,3	P8	1	1512,41	70,31	72,28	1,97
		2	1390,18	71,57	75,75	4,18
	P11	1	2363,52	1,22	3,83	2,61
		2	1984,53	16,97	22,49	5,52
r = 0,1	P8	1	1559,80	84,07	86,35	2,28
		2	1415,84	81,88	86,71	4,83
	P11	1	2313,44	2,16	2,66	0,50
		2	1947,08	13,83	20,08	6,25

5.3.2.2. Aplicação de H.8

A aplicação da expressão H.8, pressupõe a determinação de uma força horizontal fictícia, que provoca os mesmos momentos da carga vertical actuante na estrutura deformada, pelo que inicialmente avaliaram-se os deslocamentos de cada piso, com a aplicação das forças de primeira ordem na estrutura com a rigidez nominal e multiplicando os deslocamentos obtidos pela carga vertical instalada em cada piso, fazendo intervir a altura, obteve-se a força horizontal fictícia. As forças horizontais fictícias e as correspondentes forças horizontais majoradas, estão indicadas no quadro seguinte:

Quadro 5.13 – Forças horizontais resultantes da aplicação de H.8, para r=0,3

Piso	r = 0,3					
	Combinação 1			Combinação 2		
	F _{H,1Ed}	β _{H.8}	F _{H,Ed}	F _{H,1Ed}	β _{H.8}	F _{H,Ed}
1	4,55	1,12	46,49	8,92	1,11	103,31
2	4,90	1,13	47,50	9,64	1,12	99,47
3	5,24	1,14	47,94	10,33	1,13	100,35
4	5,42	1,15	48,17	10,73	1,14	100,87
5	5,56	1,16	45,75	11,05	1,16	94,74
6	5,60	1,16	47,49	11,18	1,15	99,12
7	3,55	1,20	25,55	6,57	1,17	52,80

Quadro 5.14 – Forças horizontais resultantes da aplicação de H.8, para $r=0,1$

Piso	$r = 0,1$					
	Combinação 1			Combinação 2		
	$F_{H,1Ed}$	$\beta_{H.8}$	$F_{H,Ed}$	$F_{H,1Ed}$	$\beta_{H.8}$	$F_{H,Ed}$
1	5,57	1,16	47,80	10,92	1,13	105,81
2	6,15	1,17	49,16	12,12	1,16	102,69
3	6,60	1,19	49,79	13,07	1,17	103,99
4	6,84	1,19	50,13	13,63	1,18	104,77
5	6,99	1,22	47,78	14,02	1,21	98,89
6	7,03	1,21	49,48	14,18	1,20	103,25
7	4,45	1,26	26,91	8,35	1,23	55,35

Após determinadas as forças majoradas solicita-se a estrutura com as mesmas e obtêm-se os esforços finais, para a caixa de elevador encontram-se no Quadro 5.14 e para os pilares no Quadro 5.15.

Quadro 5.15 - Esforços na caixa de elevador com aplicação de H.8

Situação	Combinação	P_{sd} (kN)	$M_{1^a\text{ordem}}$ (kN.m)	M_{total} (kN.m)	$M_{2^a\text{ordem}}$ (kN.m)
$r=0,3$	1	3480,74	1252,59	1464,79	212,20
	2	3925,52	2791,78	3203,22	411,44
$r=0,1$	1	3480,74	1550,79	1897,41	346,62
	2	3925,52	3464,81	4140,88	676,07

Quadro 5.16 – Esforços nos pilares com aplicação de H.8

Situação	Pilar	Combinação	P_{sd} (kN)	$M_{1^a\text{ordem}}$ (kN.m)	M_{total} (kN.m)	$M_{2^a\text{ordem}}$ (kN.m)
$r=0,3$	P8	1	1520,26	70,31	71,78	1,47
		2	1387,03	71,57	73,78	2,21
	P11	1	2363,77	1,22	3,17	1,95
		2	1985,21	16,97	20,74	3,77
$r=0,1$	P8	1	1558,81	84,07	85,80	1,73
		2	1412,92	81,88	85,25	3,37
	P11	1	2313,55	2,16	1,96	0,20
		2	1947,37	13,83	18,21	4,38

5.3.2.3. Análise P-Delta no SAP2000

Foi feita uma análise P-Delta no programa em utilização, para cada combinação, é de realçar que esta análise é feita sobre a estrutura com a rigidez nominal. A presente análise conduziu aos resultados apresentados nos dois quadros seguintes.

Quadro 5.17 - Esforços na caixa de elevador com uma análise P-Delta no SAP2000

Situação	Combinação	P_{sd} (kN)	$M_{1ª\text{ordem}}$ (kN.m)	M_{total} (kN.m)	$M_{2ª\text{ordem}}$ (kN.m)
r=0,3	1	3480,74	1252,59	1479,75	227,16
	2	3925,52	2791,78	3080,01	288,23
r=0,1	1	3480,74	1550,79	1917,81	367,02
	2	3925,52	3464,81	3917,68	452,87

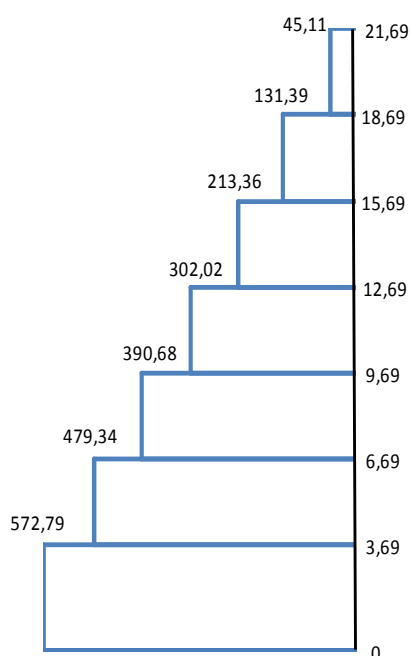
Quadro 5.18 – Esforços nos pilares com uma análise P-Delta no SAP2000

Situação	Pilar	Combinação	P_{sd} (kN)	$M_{1ª\text{ordem}}$ (kN.m)	M_{total} (kN.m)	$M_{2ª\text{ordem}}$ (kN.m)
r=0,3	P8	1	1517,75	70,31	70,36	0,05
		2	1382,07	71,57	72,33	0,76
	P11	1	2365,08	1,22	2,78	1,56
		2	1986,27	16,97	18,77	1,80
r=0,1	P8	1	1556,57	84,07	84,26	0,19
		2	1407,99	81,88	82,72	0,84
	P11	1	2314,78	2,16	1,27	-0,89
		2	1948,16	13,83	15,68	1,85

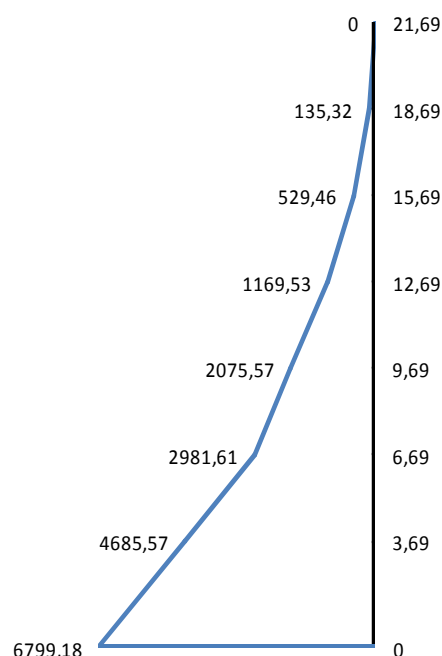
5.3.3. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Analisando as duas hipóteses apresentadas, verifica-se de imediato uma disparidade entre os resultados obtidos, quando se comparam os momentos de primeira ordem na caixa de elevadores ao nível do piso 0. O momento de primeira ordem na hipótese A, para a combinação 2, na qual a força do vento é a acção de base, é cerca de 6799 kN, enquanto na hipótese B é de 2791 kN para uma redução da rigidez das vigas de 70% e de 3465 kN quando se reduz 90% nas vigas. Estes valores de momentos revelam uma forte influência da rigidez das vigas pois, para as situações de rigidez diferente os momentos diferem cerca de 666 kN. Mesmo em estado limite último, o elemento de contraventamento apresentar uma rigidez bastante elevada, ou seja, depende dele uma grande parte da resistência da estrutura, os momentos transmitidos a este, comparativamente com os da situação A, são muito reduzidos, embora as forças de corte resistidas por este, revelem a percentagem da rigidez. Este aspecto deve-se ao facto das vigas terem uma forte interferência na distribuição de esforços, em que asseguram a compatibilização dos deslocamentos. Isto implica para a situação B, uma distribuição das forças de corte ao longo da caixa bastante diferente da correspondente à hipótese A, o que condiciona os valores dos momentos. Como forma de melhor perceber este aspecto, apresentam-se na figura

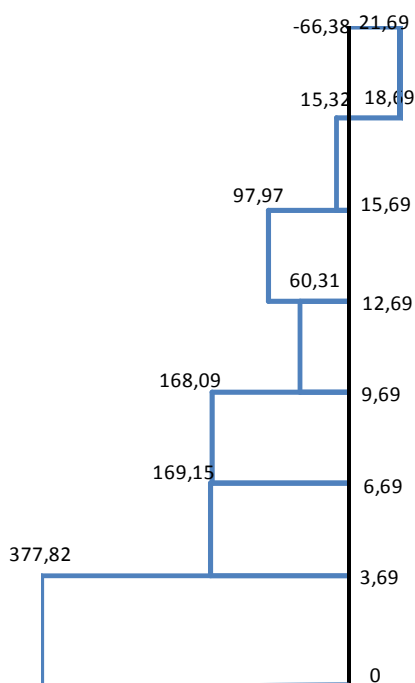
seguinte os diagramas de esforços de primeira ordem para cada hipótese. É de notar que esta situação é verificada nas restantes análises de esforços finais, ou seja, a diferença de valores obtidos é justificada da mesma forma, pelo que se opta apenas pela apresentação dos diagramas correspondentes aos esforços de primeira ordem nas duas hipóteses para $r = 0,3$ das vigas pois, a outra redução conduz a uma configuração de diagramas semelhante.



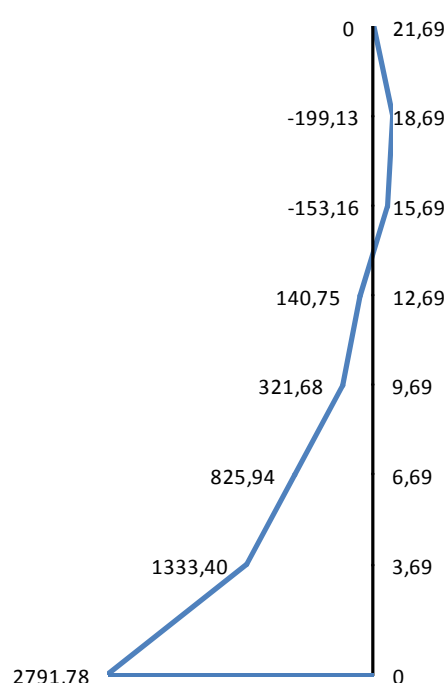
a) Hipótese A- Esforço transversal



b) Hipótese A- Momentos Flectores



c) Hipótese B- Esforço transversal



d) Hipótese B- Momentos Flectores

Fig. 5.7 – Diagramas de esforço de corte e de momentos de primeira ordem, para as duas hipóteses em estudo

A figura anterior evidencia claramente a diferença entre a distribuição das forças de corte ao longo do elemento de contraventamento para as duas hipóteses, embora ao nível do piso 0 as forças de corte apenas difiram devido à rigidez do elemento, o braço das forças é muito diferente, sendo:

$$\text{Hipótese A: braço das forças} = \frac{6799,1}{572,8} = 11,87$$

Hipótese B:

$$r = 0,3 \rightarrow \text{braço das forças} = \frac{2791,8}{377,8} = 7,39$$

$$r = 0,1 \rightarrow \text{braço das forças} = \frac{3464,8}{419,3} = 8,38$$

O braço das forças horizontais indica a posição da resultante das forças de corte no elemento de contraventamento sendo esta bastante distinta de uma hipótese para outra. Constatou-se que uma diminuição da rigidez das vigas conduz a um aumento significativo do momento ao nível do piso 0 na caixa, pelo que a ponderação deste factor é algo muito importante pois, condiciona os resultados.

Tal como evidenciado, a aplicação de todas as forças horizontais na caixa acarreta uma situação bastante penalizante para esta uma vez que impõe um momento máximo muito elevado, cerca de 10400 kN.m. Do ponto de vista prático o momento obtido conduz a uma solução de dimensionamento anti económica porque requer uma elevada quantidade de armadura, difícil dispor no elemento em questão. Por outro lado, a hipótese B, implica uma solução que alivia fortemente a necessidade de armadura na caixa e aumenta um pouco a armadura dos pilares. A avaliação dos esforços instalados nos elementos constituintes da estrutura foi efectuada aplicando três metodologias, as quais conduzem a esforços de dimensionamento distintos. Contudo, os resultados obtidos não são muito díspares, a metodologia H.8 e a análise P-Delta aproximam-se substancialmente, enquanto a H.7 conduz a valores mais afastados das mesmas, sendo mais conservativa, embora seja na mesma ordem de grandeza. A aplicação das mesmas revelou que a utilização de uma rigidez distinta nas vigas implica variações de momentos semelhantes, ou seja, o aumento de momento ao nível do piso 0, na caixa de elevador, quando se passa de uma redução de 70% para uma redução de 90% é muito próxima nas três metodologias. Por outro lado, constata-se que os pilares em qualquer das situações estão submetidos a esforços muito semelhantes e muito reduzidos e quando se comparam os esforços dos pilares obtidos na situação A com os que se obtêm na situação B, depreende-se que as diferenças são muito pequenas o que leva a concluir que os momentos que se obtêm nos pilares advêm na sua grande maioria unicamente das forças verticais, evidenciando um momento devido às forças horizontais reduzido. Neste seguimento, a inclusão dos efeitos de segunda ordem proporciona momentos de 2ª ordem nos pilares muito pequenos.

Em suma, as hipóteses apresentadas conduzem a soluções de dimensionamento distintas, em que a primeira agrava muito a caixa e a segunda confere a esta um alívio significativo de momentos. A rigidez das vigas nesta via é fundamental, pelo que a sua avaliação deve ser criteriosa e do lado da segurança.

5.4. CONCLUSÃO

A avaliação dos efeitos de segunda ordem realizada sobre o edifício com elementos de contraventamento em questão, revela algumas particularidades pertinentes. Uma delas prende-se a possível viabilidade de simplificar a determinação dos efeitos de segunda ordem, estudando apenas o elemento isolado e seguindo esta via, avaliam-se estes efeitos aplicando a metodologia H.7. A

possibilidade de aplicar o MCN, é complexa, pois a aplicar é necessário ultrapassar algumas dificuldades, as quais foram apontadas no entanto, a solução requer um estudo que sai fora do objectivo pretendido.

A outra hipótese analisada evidenciou a importância da rigidez das vigas na obtenção dos resultados, concluindo-se que, contrariamente ao que se verificou para estruturas porticadas simples no capítulo 2, a rigidez das vigas influencia significativamente os esforços de dimensionamento obtidos. Esta situação evidenciou que a diminuição da rigidez nas vigas conduz a um aumento de esforços na caixa de elevadores, significativo e por outro lado, a distribuição das forças de corte na caixa também é muito influenciada pelas mesmas, o que justifica a grande diferença entre os momentos nas duas hipóteses.

Importa referir que as constatações relativas à aplicação das várias metodologias na hipótese B, vêm de encontro às conclusões retiradas no capítulo 4, ou seja, a metodologia H.8 e a análise P-Delta efectuada no SAP2000 conduzem a soluções muito próximas, enquanto, H.7 conduz a momentos de segunda ordem mais elevados, revelando claramente que esta é mais conservativa.

As análises globais de segunda ordem realizadas não dispensam uma análise local de encurvadura aos pilares, em que se deve determinar a esbelteza de cada pilar e confrontá-lo com o λ_{lim} da equação (2.1), caso não verifique devem avaliar-se os efeitos de segunda ordem nos pilares, considerando-os como elementos isolados, aplicando o MCN.

A metodologia de avaliação dos efeitos globais de segunda ordem na estrutura em estudo mais adequada, passa pela hipótese B, entrando com uma rigidez nas vigas conservativa pois, conduz uma solução em que o elemento de contraventamento fica solicitado com um momento flector que confere ao mesmo uma rigidez razoável e por outro lado, solicita os pilares um pouco mais. Em estado limite último, toda a estrutura contribui para a resistência, dependendo a estabilidade da mesma maioritariamente do elemento de contraventamento. A consideração da hipótese A, poderia ser levada a cabo se se aumentasse por exemplo, a rigidez da parede na direcção y, colocando-lhe umas abas em betão armado. Esta opção faria com que os momentos fossem distribuídos pela caixa e pela parede, conduzindo a uma solução mais equilibrada.

6

CASO DE ESTUDO – ANÁLISE DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NUMA ESTRUTURA PORTICADA IRREGULAR

6.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo pretende-se avaliar os efeitos de segunda ordem num edifício industrial, aplicando as metodologias propostas pelo EC2. O edifício em questão é real, a sua utilização não tem o carácter de avaliar o dimensionamento já efectuado mas sim ter uma base de análise viável em termos de funcionamento, testando desta forma a empregabilidade dos métodos de quantificação dos efeitos de segunda ordem em estruturas que apresentam algumas irregularidades.

A complexidade associada ao edifício condiciona a aplicação de determinadas metodologias, nomeadamente a expressão H.8 presente no *Anexo H* pois, esta requer a avaliação de forças horizontais fictícias, as quais produzem os mesmos momentos flectores do que a carga vertical, actuante na estrutura deformada provocada pela actuação das forças horizontais de primeira ordem. Por outro lado, a estrutura em análise traduz-se por ser bastante irregular, sendo difícil traduzi-la em associações de pórticos para cada direcção o que implica ser necessário fazer uma modelação tridimensional a qual, conduz a forças horizontais fictícias em simultâneo nas duas direcções, surgindo uma dificuldade na aplicação da referida expressão H.8. Noutra instância, encontra-se a expressão H.7 pois, esta é de fácil aplicação uma vez que apenas necessita da avaliação do valor da carga global de encurvadura com base na rigidez nominal e com este amplifica as forças horizontais, incorporando desta forma os efeitos de segunda ordem. Posto isto, aplicar-se-á este método para a quantificação dos efeitos de segunda no edifício em estudo.

A aplicação do método da rigidez nominal contém algumas particularidades, já analisadas nos capítulos anteriores, no entanto, é necessário ultrapassá-las para a aplicação do mesmo, ou seja, surge o problema de qual a rigidez a colocar nas vigas, pelo que no decorrer da aplicação do método se efectuará uma análise de sensibilidade das mesmas. Por outro lado, a aplicação deste método conduz a valores de rigidez nominal distintas para cada pilar, havendo todo o interesse do ponto de vista de projecto tipificar os pilares, criando grupos com as mesmas reduções de rigidez.

6.2. ANÁLISE ESTRUTURAL

6.2.1. DESCRIÇÃO GLOBAL DO EDIFÍCIO

O edifício em estudo é bastante complexo e irregular, tem uma altura máxima de 28,5 m, oito pisos, sendo alguns desnivelados, os quais destinam-se a servir de apoio a equipamentos. A área de implantação é aproximadamente de 1004 m². Foi utilizado o betão C25/30 e aço A500. Na Fig. 6.1 apresenta-se a planta estrutural relativa à cota +5 m e o corte AA' é apresentado na Fig. 6.2.

Tal como referido, recorreu-se a uma modelação tridimensional do edifício, pelo que nas figuras 6.3 e 6.4 se apresentam duas perspectivas do mesmo, como forma de melhor perceber a estrutura do edifício.

No Anexo A1 apresentam-se as plantas e os cortes representados nas plantas. As soluções de dimensionamento em termos de armaduras para vigas e pilares estão apresentadas no Anexo A2.

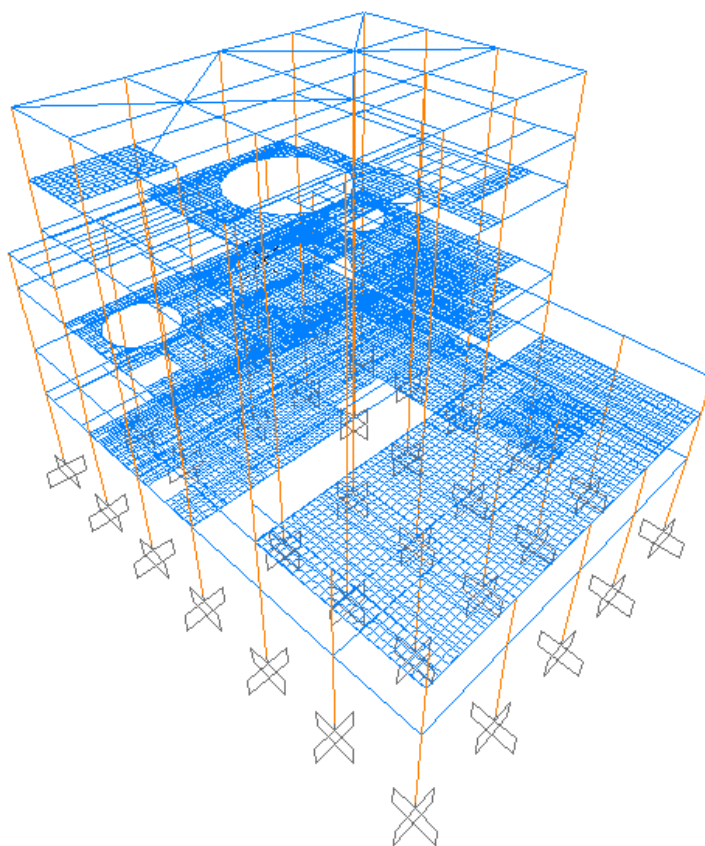


Fig. 6.3 – Perspectiva 1 do edifício.

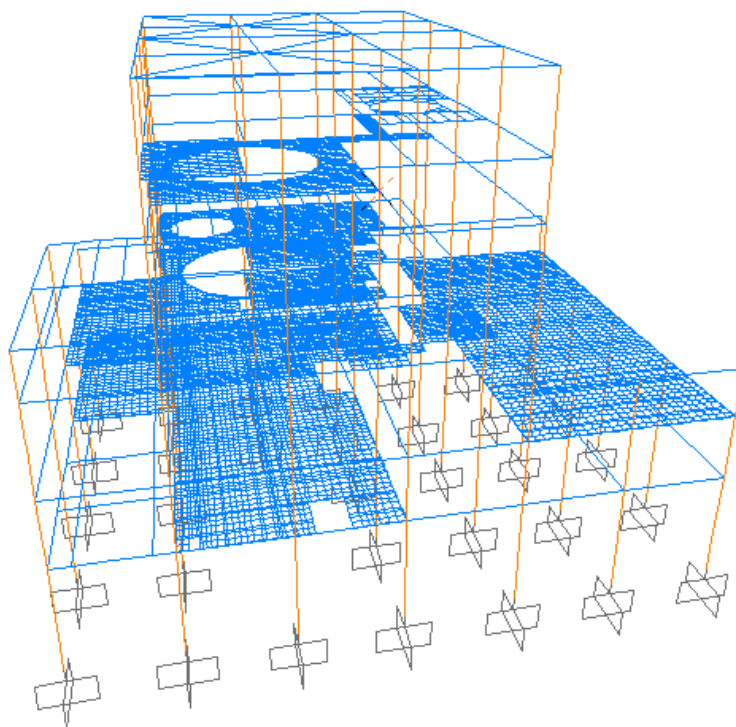


Fig. 6.4 – Perspectiva 2 do edifício.

6.2.2. DEFINIÇÃO DAS ACÇÕES APLICADAS

Visto o edifício em estudo representar uma solução estrutural real, apresentam-se as cargas utilizadas na sua análise e forma de aplicação no modelo 3D de análise, sendo estas as adoptadas no presente estudo. Essencialmente, tratam-se das cargas permanentes devido ao peso próprio e equipamentos, sobrecargas, acção do vento e imperfeições geométricas. A acção do vento incorporada nas análises está indicada nos quadros seguintes para cada direcção, em que os valores reduzidos são obtidos através dos seguintes coeficientes: $\psi_0 = 0,4$; $\psi_1 = 0,2$; $\psi_2 = 0$. Esta foi introduzida no modelo estrutural como uma carga uniformemente distribuída em altura, segundo os pilares, variando linearmente entre os valores apresentados nos quadros.

Quadro 6.1 – Acção do vento na direcção y (kN/m)

Cota	Alinhamento na direcção y				
	1	2	3	4	5
0,0	2,99	5,99	5,64	5,64	2,99
5,0	2,99	5,99	5,64	5,64	2,99
9,0	2,99	5,99	5,64	5,64	2,99
12,0	3,25	6,50	6,13	6,13	3,25
14,3	3,40	6,80	6,41	6,41	3,40
17,0	3,54	7,10	6,69	6,69	3,54
21,1	3,77	7,54	7,12	7,12	3,77
24,3	3,92	7,84	7,39	7,39	3,92
28,5	4,09	8,19	7,72	7,72	4,09

Quadro 6.2 – Acção do vento na direcção x (kN/m)

Cota	Alinhamento na direcção x						
	A	B	C	D	E	F	G
0,0	2,65	5,22	5,35	5,35	5,13	5,22	2,65
5,0	2,65	5,22	5,35	5,35	5,13	5,22	2,65
9,0	2,65	5,22	5,35	5,35	5,13	5,22	2,65
12,0	-	-	2,96	5,68	5,45	5,55	2,65
14,3	-	-	3,16	6,07	5,83	5,93	3,01
17,0	-	-	3,30	6,34	6,09	6,20	3,15
21,1	-	-	3,51	6,74	6,47	3,23	-
24,3	-	-	3,64	7,00	6,72	3,36	-
28,5	-	-	3,80	7,32	7,02	3,52	-

As imperfeições foram introduzidas como forças concentradas nas intersecções entre pilares e vigas, assumindo o mesmo valor em todos os nós de intersecção de cada piso, com os seguintes valores:

Quadro 6.3 – Imperfeições geométricas (kN)

Cota	Imperfeições	
	segundo x	segundo y
5,0	23,35	28,00
9,0	10,00	10,67
14,3	22,00	17,35
21,1	15,35	12,00
28,5	10,00	8,00

As restantes acções, nomeadamente as cargas permanentes incluindo o peso próprio, sendo $PP_{\text{painéis}}$ o peso dos painéis de revestimento das fachadas, e sobrecargas têm uma forma de aplicação bastante heterogénea e complexa pois, traduzem-se por forças distribuídas e concentradas, pelo que se apresentam apenas os seus valores globais, no Quadro 6.4.

Quadro 6.4 – Acções verticais globais

Tipo de acção	Força global (kN)
Cargas permanentes	52141,13
$PP_{\text{painéis}}$	9448,08
Equipamentos	2888,95
Sobrecarga cobertura	916,88 ($\psi_0=0,4$)
Sobrecarga restantes pisos	11822,96 ($\psi_0=0,6$)

Nas análises foram consideradas as combinações de acções para dimensionamento em estados limites últimos:

$$P_{sd} = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} S_{Gik} + \gamma_q \left[S_{Qik} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} S_{Qjk} \right] \quad (6.1)$$

Teve-se em linha de conta 8 combinações, nomeadamente:

- Comb 1- Sobrecarga como acção de base + vento na direcção (+)x como acção acompanhante
- Comb 2- Sobrecarga como acção de base + vento na direcção (-)x como acção acompanhante
- Comb 3- Sobrecarga como acção de base + vento na direcção (-)y como acção acompanhante
- Comb 4- Sobrecarga como acção de base + vento na direcção (+)y como acção acompanhante
- Comb 5- Sobrecarga como acção acompanhante + vento na direcção (+)x como acção base

Comb 6- Sobrecarga como acção acompanhante + vento na direcção (-)x como acção base

Comb 7- Sobrecarga como acção acompanhante + vento na direcção (-)y como acção base

Comb 7- Sobrecarga como acção acompanhante + vento na direcção (+)y como acção base

6.3. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

O objectivo primário deste capítulo prende-se com avaliação dos efeitos de segunda ordem e, pelas razões já apontadas pretende-se aplicar a metodologia H.7 do *Anexo H* do EC2, a qual tem por base a avaliação da rigidez nominal dos elementos. Considerou-se o efeito da fluência na análise de segunda ordem através de uma forma simplificada, recorrendo ao coeficiente de fluência efectivo, φ_{ef} , com um valor de 1,85.

Inicialmente avaliou-se a rigidez nominal dos pilares, aplicando a equação (2.24) para tal, não se avaliou o coeficiente de esbelteza mas sim a simplificação proposta em detrimento do mesmo. A armadura utilizada foi a representada no Anexo A2, realça-se que o cálculo da rigidez nominal foi feito para cada direcção em separado, uma vez que os parâmetros necessários para a quantificação da rigidez nominal, diferem de direcção para direcção. Foi feita uma análise para cada pilar isoladamente uma vez que a armadura varia, assim como o esforço axial a que estava sujeito, sendo este o obtido através de uma análise elástica linear correspondendo ao de esforço de primeira ordem. Esta avaliação conduziu a um coeficiente de redução de rigidez para cada direcção e para cada pilar, traduzindo-se do ponto de vista prático em algo inexequível daí, pelo que foi necessário encontrar pilares com as mesmas características e factores de redução de rigidez semelhantes. A tipificação de pilares é representada no Quadro 6.5. Neste quadro indica-se o factor de redução de rigidez na direcção x e direcção y, sendo r_x e r_y , respectivamente para os pilares presentes nos alinhamentos indicados.

Quadro 6.5 – Coeficientes de redução de rigidez

Cota (m)	Alinhamento de pilares	r_x	r_y
0 a 5	A, B	0,14	0,14
	C	0,13	0,14
	D,E,F	0,17	0,18
	G	0,14	0,14
5 a 9	A,B	0,14	0,14
	C	0,11	0,14
	D,E,F	0,17	0,18
	G	0,18	0,18
9 a 12	A,B	0,14	0,14
	C	0,11	0,12
	D,E,F	0,14	0,12
	G	0,11	0,11
12 a 14,3	C	0,11	0,12
	D,E,F	0,17	0,18
	G	0,11	0,11
14,3 a 17	C	0,11	0,12
	D,E,F	0,17	0,18
	G	0,11	0,11
17 a 21,1	C,D,E	0,11	0,12
	F	0,13	0,12
21,1 a 24,3	C,D,E	0,11	0,12
	F	0,13	0,12
24,3 a 28,5	C,D,E,F	0,11	0,12

A opção apresentada de factores de redução, traduz-se na prática em alterar a rigidez de cada pilar contudo, pode pensar-se em efectuar uma redução mais drástica, colocando por exemplo um valor médio em todos os pilares, isto implica alterar a rigidez de todas as secções do modelo em vez de atribuir uma nova secção a cada pilar, o que seria um trabalho mais moroso. Neste sentido, procurou-se também avaliar a carga crítica que se obtém colocando todos os pilares com a mesma redução, adoptando-se r_x e r_y de 0,13, percebendo a sua viabilidade.

Outra problemática associada à avaliação da rigidez nominal, reside nas vigas, sendo necessário também avaliar uma rigidez reduzida para estas. Tal como já referido várias vezes ao longo deste trabalho, o EC2 não é claro relativamente a este assunto daí, pretende-se testar duas formas de a avaliar, uma através da simplificação de admitir a secção das vigas totalmente fendilhada. A alternativa a esta avaliação passa pela aplicação das expressões propostas por Castro (2007) as quais estão definidas para um betão C20/25 e aço A400 no entanto, no presente caso as condições não são as mesmas mas, opta-se por adoptar na mesma estas expressões como forma de ter uma comparação, assumindo que os resultados obtidos através destas podem ser admitidos para esta situação. Indica-se no quadro seguinte os valores obtidos para cada situação na secção de momento máximo positivo, em que se utilizou a armadura correspondente para a aplicação da simplificação proposta no EC2 e o momento máximo positivo para aplicar as expressões propostas por Castro (2007). As vigas seleccionadas foram assumidas como representativas do conjunto de vigas.

Quadro 6.6 – Coeficientes de redução da rigidez das vigas

Vigas	Coeficiente de redução	
	Simplificação do EC2	Expressões PC
V16.1	0,37	0,22
V5.1	0,49	0,63
V8.1	0,64	0,18
V7.1	0,49	0,14
V12.2	0,34	0,43

As duas propostas de avaliação da rigidez das vigas conduzem a coeficientes de redução diferentes, sendo no geral mais conservativo os obtidos através das expressões de PC. Mediante os valores determinados adopta-se um coeficiente de redução da rigidez das vigas de 0,35, revelando-se um valor intermédio das duas situações avaliadas. Também se pretende avaliar a carga de encurvadura com uma redução da rigidez das vigas diferente, adoptando $r = 0,15$, para perceber a influência das mesmas no estudo do presente edifício.

Findadas estas considerações, pretende-se avaliar a carga de encurvadura global do edifício para as várias situações indicadas contudo, realçam-se algumas particularidades relativas à avaliação da mesma de entre as quais as associadas às combinações de carga. A carga crítica global de encurvadura deve ser avaliada em cada combinação, pois a distribuição de cargas condiciona o seu valor. Em rigor deve avaliar-se a majoração a efectuar às forças horizontais em cada combinação. No presente caso, a distribuição de forças entre as várias combinações não difere consideravelmente, pelo que a carga crítica obtida para cada combinação é muito próxima, assumindo os valores representados no Quadro 6.7, obtidos adoptando as reduções de rigidez dos pilares indicada no Quadro 6.5 e as vigas com um factor de redução $r = 0,35$, onde também se apresenta o factor de majoração das forças horizontais decorrentes da aplicação da expressão H.7 do *Anexo H*.

Quadro 6.7 – Parâmetros de carga para cada combinação e correspondente factor de majoração das forças horizontais, para uma redução da rigidez das vigas de 65%

Combinação	Carga global (kN)	λ_{cr}	Carga crítica global (kN)	$\beta_{H.7}$
Comb 1	106155,27	5,639	598629,65	1,216
Comb 2	106155,27	5,639	598657,04	1,216
Comb 3	106155,27	5,644	599143,55	1,215
Comb 4	106155,27	5,635	598143,89	1,216
Comb 5	98236,31	6,107	599884,23	1,196
Comb 6	98236,31	6,107	599916,36	1,196
Comb 7	98236,31	6,116	600796,85	1,195
Comb 8	98236,31	6,097	598932,42	1,196

Está patente no quadro anterior que para a presente situação, as combinações consideradas conduzem a cargas críticas globais similares e consequentemente o agravamento das forças horizontais é aproximadamente igual em todas as combinações. Para efeitos de cálculo adopta-se o factor de majoração superior, $\beta_{H.7} = 1,216$.

Devido à incerteza associada à rigidez das vigas a utilizar calculou-se o valor da carga de encurvadura global, admitindo uma redução mais acentuada nas vigas, mais precisamente $r = 0,15$ e colocando os pilares com a rigidez assumida na análise anterior. Esta situação foi avaliada apenas na combinação 1, pelas razões mencionadas anteriormente, obtendo-se os seguintes resultados:

Quadro 6.8 – Parâmetros de carga e correspondente factor de majoração das forças horizontais, para uma redução da rigidez das vigas de 85%

Combinação	Carga global (kN)	λ_{cr}	Carga crítica global (kN)	$\beta_{H.7}$
Comb 1	106155,27	5,330	565771,52	1,231

A análise efectuada permite aferir que a diminuição de 20% da rigidez das vigas conduziu a uma pequena diminuição da carga global de encurvadura, o que pouco alterou o factor de majoração das forças horizontais. Conclui-se que a rigidez das vigas, no edifício em estudo, não é condicionante do ponto de vista de avaliação dos efeitos de segunda ordem. Esta ideia foi devidamente avaliada no capítulo 4, em estruturas porticadas regulares, onde se verificou que a variação da rigidez das vigas não influenciava significativamente o valor da carga crítica e os esforços finais.

Tal como referido anteriormente, do ponto de vista prático há todo o interesse em utilizar poucas reduções de rigidez nos pilares de forma a proporcionar uma modificação simples de rigidez nos pilares na modelação. Neste sentido efectuou-se uma avaliação da carga de encurvadura da estrutura adoptando a mesma redução de rigidez em todos os pilares, r_x e r_y igual a 0,13 e vigas com uma redução de 65 %, obtendo-se os seguintes resultados:

Quadro 6.9– Parâmetros de carga e correspondente factor de majoração das forças horizontais, para uma redução homogénea dos pilares

Combinação	Carga global (kN)	λ_{cr}	Carga crítica global (kN)	$\beta_{H.7}$
Comb 1	106155,27	4,444	471760,41	1,290

A adopção de um único coeficiente de redução da rigidez dos pilares, mesmo sendo o valor médio dos valores obtidos através da aplicação da expressão para o cálculo da rigidez nominal, conduz a um factor de majoração das forças horizontais relativamente diferente, pelo que se depreende que há a necessidade de contemplar mais reduções, embora se deva considerar um número razoável.

Posto isto, para a quantificação dos efeitos de segunda ordem do edifício adoptou-se a rigidez nominal avaliada com as reduções para os pilares presentes no Quadro 6.5 e as vigas com uma redução de 65 %, valor intermédio entre as expressões sugeridas por Castro (2007) e a simplificação de considerar a secção das vigas totalmente fendilhadas, obtendo-se para esta situação um coeficiente de majoração de 1,216, Quadro 6.7. Os valores dos esforços para esta situação estão representados nos quadros seguintes, onde se apresentam os valores dos momentos finais e de segunda ordem, avaliados na estrutura com a rigidez elástica e na estrutura com a rigidez nominal. Esta avaliação foi feita para duas combinações 5 e 8, as quais têm como acção de base o vento pois desta forma, atende-se à situação mais gravosa para os esforços de flexão, retirando-se os esforços em três pilares, os quais se encontram representados na Fig. 6.1

Quadro 6.10 – Esforços avaliados na estrutura com a rigidez elástica para a combinação 5.

Pilar		Esforços de 1ª ordem		Esforços totais		$M_{2ª\text{ordem}}$ (kN.m)
		M_y (kN.m)	N_{sd} (kN)	M_y (kN.m)	N_{sd} (kN)	
PA	base	118,81	2274,39	143,44	2275,23	24,63
	topo	-19,84		-23,42		-3,57
PB	base	114,14	1176,35	138,63	1177,74	24,49
	topo	-102,99		-125,01		-22,02
PC	base	226,0005	5644,563	272,356	5564,41	46,36
	topo	-187,6585		-225,604		-37,95

Quadro 6.11 – Esforços avaliados na estrutura com a rigidez reduzida para a combinação 5

Pilar		Esforços de 1ª ordem		Esforços totais		$M_{2^{\text{a}}\text{ordem}}$ (kN.m)
		M_y (kN.m)	N_{sd} (kN)	M_y (kN.m)	N_{sd} (kN)	
PA	base	85,18	2282,80	102,68	2285,31	17,50
	topo	-15,56		-18,50		-2,94
PB	base	96,74	1230,25	117,01	1232,54	20,28
	topo	-93,64		-113,13		-19,49
PC	base	234,598	5873,99	283,1907	5881,22	48,59
	topo	-216,426		-260,883		-44,46

Quadro 6.12 – Esforços avaliados na estrutura com a rigidez elástica para a combinação 8.

Pilar		Esforços de 1ª ordem		Esforços totais		$M_{2^{\text{a}}\text{ordem}}$ (kN.m)
		M_x (kN.m)	N_{sd} (kN)	M_x (kN.m)	N_{sd} (kN)	
PA	base	232,73	2306,81	269,04	2314,64	36,30
	topo	31,54		47,60		16,07
PB	base	49,21	1119,54	58,69	1108,67	9,48
	topo	-12,39		-14,50		-2,11
PC	base	-41,7356	5526,679	33,2861	5340,65	75,02
	topo	694,8216		651,6117		-43,21

Quadro 6.13 – Esforços avaliados na estrutura com a rigidez reduzida para a combinação 8

Pilar		Esforços de 1ª ordem		Esforços totais		$M_{2^{\text{a}}\text{ordem}}$ (kN.m)
		M_x (kN.m)	N_{sd} (kN)	M_x (kN.m)	N_{sd} (kN)	
PA	base	159,43	2327,96	184,54	2340,22	25,11
	topo	-6,82		-2,31		4,51
PB	base	27,18	1151,75	32,42	1137,10	5,24
	topo	-6,03		-7,08		-1,04
PC	base	11,9633	5680,804	86,2095	5646,351	74,25
	topo	448,0252		391,2413		-56,78

6.4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A aplicação do método simplificado em análise para a quantificação dos efeitos de segunda ordem proposto pelo EC2, conduziu a um aumento das forças horizontais de aproximadamente 22 %, caso fosse 10 % ou menos, estava dispensada a quantificação dos efeitos de segunda ordem.

Após avaliar o coeficiente de majoração das forças horizontais, aplicam-se todas as forças à estrutura, incluindo as forças horizontais majoradas. Contudo, surge a problemática associada à rigidez a empregar à estrutura, ou seja, a rigidez elástica ou a rigidez nominal. A decisão não é arbitrária pois, nas duas situações as acções são as mesmas mas, a distribuição delas é diferente, só o não é se a redução de rigidez efectuada for similar em todos os elementos. A determinação dos esforços no exemplo em estudo, revelou que para os pilares analisados, a avaliação dos mesmos na estrutura com a rigidez elástica conduz a momentos flectores totais superiores, o que revela a relação distinta entre a rigidez das vigas e os pilares, nas duas estruturas. Esta diferença conduz a distribuição de forças diferentes. A situação em análise conferiu às vigas uma maior rigidez, relativamente aos pilares, fazendo com que os pilares fiquem menos solicitados em estado limite último daí, os esforços serem inferiores. O aumento de 22 % das forças horizontais, está patente nos momentos obtidos, ou seja, os momentos finais são aproximadamente $1,216 \times M_{1^{a} ordem}$. Esta relação verifica-se na avaliação dos esforços finais nas duas estruturas, tanto com a rigidez elástica como com a rigidez nominal.

Os esforços axiais praticamente não se alteram, o que era de se esperar uma vez que as acções verticais não foram alteradas, as mudanças verificadas devem-se ao efeito das acções horizontais. Por outro lado, os momentos de segunda ordem são relativamente próximos nas duas situações.

Em suma, o acréscimo de momentos para contemplar os efeitos de segunda ordem não é muito acentuado, o que pouco se reflecte em termos de necessidade de aumento de armadura.

6.5. CONCLUSÃO

A aplicação das metodologias para quantificação dos efeitos de segunda ordem, presentes no EC2, é condicionada pelo tipo de estrutura, tal como se pode verificar no decorrer deste capítulo. O edifício em análise é bastante complexo o que impossibilitou a aplicação da expressão H.8 presente no Anexo H daí, de entre as metodologias de avaliação dos efeitos de segunda ordem que figuram no regulamento, apenas foi viável a aplicação da Expressão H.7. A utilização desta, implica o cálculo da rigidez nominal o que acarreta determinadas particularidades nomeadamente na avaliação da rigidez das vigas. A influência da mesma difere de estrutura para estrutura, ou seja, verificou-se no capítulo 4 que em pórticos simples e regulares a rigidez das vigas assumem pouca importância, por outro lado em estrutura com elementos de contraventamento a distribuição de esforços revela-se bastante influenciada pela rigidez das vigas, sendo importante a sua quantificação. É notável a importância de avaliar a influência da rigidez das vigas, pelo que neste exemplo se procedeu a essa avaliação, concluindo-se que esta pouco influencia o valor da carga de encurvadura. No entanto, quando se avaliam os esforços finais sobre a estrutura com a rigidez reduzida, a relação entre a rigidez das vigas e a dos pilares, influencia a distribuição de esforços ao longo da estrutura.

Do ponto de vista prático, a aplicação do método da rigidez nominal numa estrutura complexa, irregular e com um número considerável de pisos, pode ser morosa daí, interessa proceder a simplificações, adoptando um número de reduções de rigidez dos pilares comportável. Contudo, uma simplificação drástica pode conduzir a resultados significativamente diferentes, pelo que se deve atender a essa situação.

A adopção da expressão H.7 para a quantificação dos efeitos de segunda ordem revela-se uma metodologia simples de fácil aplicação, tornando-se indicada para estruturas complexas, tal como a avaliada neste capítulo.

Além da análise global aos efeitos de segunda ordem é fundamental proceder a uma análise local de encurvadura através do controlo do limite de esbelteza.

7

CONCLUSÕES

7.1. CONCLUSÃO GERAL

À avaliação dos efeitos de segunda ordem está inerente e associada uma elevada complexidade que advém do comportamento não linear geométrico e não linear do material em que a sua contabilização implica a realização de um método iterativo. Como tentativa de ultrapassar esta dificuldade o EC2 propõe várias metodologias simplificadas para a quantificação dos efeitos de segunda ordem. Indica o método da curvatura nominal o qual, é fundamentalmente indicado para elementos isolados sujeitos a uma força normal constante, e conduz a uma excentricidade de segunda ordem que se traduz num momento nominal de segunda ordem. Este método é baseado no método da coluna padrão. Um outro método preconizado no regulamento é o método da rigidez nominal, em que este é indicado tanto para elementos isolados como para análises globais de estruturas, expondo as formas de cálculo no anexo H. A utilização de valores nominais de rigidez de flexão têm em conta os efeitos da fendilhação, da não linearidade dos materiais e da fluência e devem ser contabilizados nos pilares e nos elementos adjacentes.

O esforço axial influencia a rigidez à flexão, traduzindo-se no efeito P-delta que atende à deformação localizada, enquanto que, o efeito P-Delta traduz o deslocamento global da estrutura, conduzindo a um acréscimo de momentos resultante da deformação dos elementos verticais. Nesta base, menciona-se o método P-Delta o qual, visa essencialmente avaliar os efeitos de segunda ordem através de um método iterativo de rápida convergência. Este método serviu de base às simplificações indicadas no EC2 nomeadamente, na expressão H.8 do Anexo H.

A segurança dos pilares em relação à encurvadura é assegurada através das armaduras dimensionadas para atender às secções críticas, conferindo-lhes capacidade resistente para suportar os esforços de cálculo actuantes nessas secções na eminência da encurvadura. Mais especificamente, as secções são dimensionadas para fazer face aos momentos de primeira ordem acrescidos do agravamento que advém do esforço axial actuar com uma dada excentricidade relativamente ao alinhamento do elemento.

A aplicação das metodologias propostas no EC2 requerem a utilização de programas de cálculo de estruturas neste pressuposto, essencialmente, avaliaram-se algumas potencialidades de cálculo dos programas SAP2000 e do Robot Millennium, concluindo-se que ambos permitem a avaliação da carga crítica global de encurvadura e possibilitam determinar os efeitos de segunda ordem através de uma análise P-Delta. Esta avaliação é feita de forma distinta nos dois programas, por um lado o SAP2000 não realiza um método iterativo, pois considera que o esforço axial se mantém constante daí, incorpora momentos adicionais avaliados através da deformada da estrutura. Por outro lado, relativamente ao Robot Millennium há uma incerteza com relação ao seu funcionamento, embora através da avaliação

dos efeitos de segunda ordem com recurso a um exemplo bastante simples, aferiu-se que este conduz a resultados mais próximos dos exactos quando comparados com resultados obtidos através do SAP2000. A avaliação da carga crítica em elementos isolados com recurso aos programas acarreta algumas particularidades evidenciadas para elementos isolados em que, o nível de discretização dos mesmos, condiciona fortemente os resultados, concluindo-se também que o aumento do número de divisões dos elementos, aproxima a carga crítica obtida com o valor teórico. Quando a avaliação da carga crítica é feita sobre estruturas à que atender principalmente à forma como a carga está colocada na estrutura uma vez que diferentes distribuições conduzem a diferentes cargas globais de encurvadura, incidindo uma maior atenção para as cargas localizadas, as quais fragilizam mais rapidamente a estrutura. Por outro lado, a obtenção da carga global de encurvadura da estrutura tem de ser criteriosamente averiguada pois, é possível o programa estar a dar uma situação de encurvadura local no primeiro modo indicado, pelo que é importante visualizar a deformada do modo de encurvadura.

A avaliação dos efeitos de segunda ordem através da aplicação das metodologias propostas pelo EC2 requer alguns esclarecimentos relativamente, à aplicação de determinados parâmetros na avaliação da rigidez nominal dos elementos nomeadamente, o cálculo do coeficiente de esbelta, o qual deve ser avaliado fazendo intervir o efeito da fendilhação nos elementos estruturais de fixação. À partida este aspecto traduz desde logo uma dificuldade pois, mesmo antes de determinar a rigidez nominal é necessário o seu conhecimento para definir a esbelteza, conduzindo a um método iterativo. Contudo, verificou-se que a utilização da rigidez reduzida na avaliação do comprimento de encurvadura, conduz a valores da rigidez nominal próximos dos que se obtém com a utilização da rigidez elástica. Esta proximidade constata-se porque a relação entre a rigidez das vigas e dos pilares é aproximadamente igual nas duas situações. Por outro lado, a simplificação apresentada pelo EC2 em detrimento da avaliação do coeficiente de esbelteza, que só depende do esforço axial reduzido instalado no elemento, conduz a resultados próximos, além disto, o parâmetro relacionado com a esbelteza na maioria das situações analisadas, adquire o valor do seu limite máximo, o que confere uma indiferença na forma como se avalia o comprimento efectivo ou até mesmo na opção de não o avaliar.

A decisão da rigidez nominal a empregar às vigas é deixada a cargo do projectista uma vez que o regulamento não estipula nenhuma via concreta para a sua determinação, apenas aponta para a simplificação de considerar a rigidez totalmente fendilhada. Posto isto, através da análise efectuada de sensibilidade da estrutura à variação da rigidez das vigas, conclui-se que a participação da rigidez das vigas na avaliação da carga de encurvadura e na obtenção dos esforços finais é praticamente nula uma vez que os resultados obtidos para diferentes situações de redução de rigidez, foram muito similares. Esta conclusão foi retirada sobre a avaliação de pórticos simples e regulares, não se devendo extrapolar esta conclusão para outro tipo de estruturas. Pois, verificou-se que em estruturas com elementos de contraventamento de elevada rigidez, as vigas assumem um papel fundamental na distribuição dos esforços, obtendo-se para estes casos esforços finais bem distintos entre situações que figuram reduções da rigidez das vigas distintas, embora se verificasse que o valor da carga global de encurvadura não se alterava significativamente. O mais sensato a efectuar é adoptar uma redução de rigidez das vigas elevada que vá de encontro à garantia de segurança.

A aplicação dos métodos presentes no EC2 é bastante restringida na medida que o método da rigidez nominal é divergente para relações entre a carga de cálculo e a carga de encurvadura superiores a 0,5, embora conduza a valores admissíveis quando a armadura está em correspondência com a solicitação, verificando-se também que as várias metodologias baseadas na rigidez nominal conduzem a momentos de segunda ordem bastante próximos para níveis de carga baixos, em que a estrutura está bastante distanciada da rotura.

O método da curvatura nominal está calibrado para situações correntes na prática em que o esforço axial reduzido varia entre 0,3 e 0,8, conduzindo a momentos de segunda ordem nesta situação coerentes com os que se obtêm com a aplicação do método da rigidez nominal. Verificou-se que o aumento de armadura tinha efeitos distintos nas duas metodologias, ou seja, o método da rigidez nominal quando a armadura aumenta conduz a esforços de segunda ordem menores enquanto que, o método da curvatura nominal proporciona valores maiores.

A aplicação do método da curvatura nominal em estruturas acarreta situações irrealistas na medida em que se obtêm um deslocamento de segunda ordem diferente para cada pilar o que na verdade traduz-se numa situação in comportável pois, há uma compatibilização de deslocamentos na estrutura conduzindo a um único deslocamento global.

Conclui-se com aplicação das referidas metodologias e quando comparadas com os resultados obtidos através do método PC Delgado (2002) e com a análise P-Delta que a metodologia H.8 conduz a resultados mais próximos, e a H.7 é conservativa conduzindo a valores bastantes superiores.

Edifícios com elementos de contraventamento podem assumir uma forma de análise dos efeitos de segunda ordem particular, dependendo da rigidez relativa dos vários elementos constituintes da estrutura, ou seja, se a rigidez dos elementos de contraventamento for bastante elevada, é passível a avaliação dos efeitos de segunda ordem, analisando apenas esses elementos, aplicando-lhes todas as forças horizontais. Caso tal não se verifique os efeitos de segunda ordem são avaliados sobre a estrutura global. A tomada de decisão sobre qual o melhor caminho a seguir está dependente da viabilidade económica de cada situação.

A aplicação do método da rigidez nominal numa estrutura complexa, irregular e com um número considerável de pisos, pode ser difícil e demorada daí, do ponto de vista prático, é necessário efectuar simplificações, nas quais se adopta um número de reduções de rigidez dos pilares comportável. Contudo, é importante ter presente que uma simplificação radical pode conduzir a resultados significativamente diferentes, pelo que se deve atender a essa situação.

A utilização da expressão H.7 para a quantificação dos efeitos de segunda ordem revela-se uma metodologia simples e de fácil aplicação, a qual pode ser aplicada a vários tipos de estruturas, tornando-se especialmente indicada para estruturas complexas. Contudo, importa realçar que estas conclusões baseiam-se nas estruturas analisadas, as quais apresentam características muito particulares daí, estruturas distintas podem ter comportamentos diversos implicando a necessidade de utilização de outras metodologias para a avaliação dos efeitos globais de segunda ordem.

A avaliação dos efeitos de segunda ordem numa estrutura deve ser efectuada em termos globais e locais. A análise global foi avaliada ao longo desta tese contudo, é de realçar que este estudo deve ser complementado com um controlo do limite de esbelteza dos elementos comprimidos, controlando desta forma a necessidade do cálculo dos efeitos de segunda ordem localmente.

7.2. DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

O trabalho desenvolvido pode ser enriquecido efectuando estudos de entre os quais se destacam:

- Definição de metodologias articuladas com a utilização de meios de cálculo correntes que sejam directamente aplicáveis ao projecto de edifícios com estruturas constituídas essencialmente por laje fungiforme e núcleos de betão.
- Avaliação dos efeitos de segunda ordem em edifícios, incorporando acções sísmicas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barros, R. C. (Abril de 2006). *A não-linearidade geométrica na análise de estruturas elásticas* - Texto de apoio Científico, Técnico e Pedagógico a várias disciplinas. Porto, Portugal: Faculdade Engenharia da Universidade do Porto.
- Barros, R. C. (2003). *Formulação exacta e aproximada da não-linearidade geométrica de pórticos planos*. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Brandão, A. M. (1998). *Qualidade e durabilidade de concreto armado - aspectos relativos a projecto*, Tese para a obtenção do grau de mestre. Brasil: Escola de Engenharia de São Carlos - UNiversidade de S. Paulo.
- Burgos, R., Silva, R., & Martha, L. (2005). *Avaliação de cargas críticas e comportamento pós-crítico inicial de pórticos planos*. Proceeding of the XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering - CILAMCE .
- Castro, P. M. (1998). *Modelo para a análise da encurvadura em pórticos de betão armado*, Tese para obtenção do grau de doutor. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Castro, P. M., Delgado, R. M., & Sá, J. M. (2007). Assessment of non-linear effects in the design of reinforced concrete frames.(Part I - methodology). Submetido a Computers and Concrete.
- CEN, C. E. (2004). Eurocódigo 2: Pojecto de estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios - ENV 1992-1-1. Abril 2004.
- Computers and Structures, I. (2007). SAP 2000 Advanced 11.0.4. Berkeley.
- Delgado, J. M. (2002). *Avaliação de segurança de estruturas reticuladas com comportamento não-linear material e geométrico*. Tese de Doutoramento.Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Delgado, J. M. (1993). *Efeitos de 2ª ordem em estruturas tridimensionais*.Tese de Mestrado. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Gonçalves, T., & Delgado, J. M. (2007). EC2 - Efeitos de segunda ordem. Aplicabilidade e análise de resultados.
- Marchão, C., & Appleton, J. (2007/2008). *Betão armado e pré-esforçado 1*, folhas de apoio as aulas .
- Martins, J. J. (1997). *Análise não-linear geométrica de estruturas reticuladas espaciais*. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- Melges, J. L. (Março de 2005). *Estabilidade Global* - Notas de aulas. Brasil: Universidade Estadual Paulista - UNESP; Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira- FEIS.
- Vila Pouca, N. S. (1992). *Mobilidade das estruturas de betão armado na análise à encurvadura*, Tese de Mestrado. Porto: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- REBAP. (1985). *Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado*. Imprensa Nacional da Casa da Moeda, Lisboa
- Sá, J. M., Delgado, R. M., & Castro, P. M. (2007). Accounting for non-linear effects in reinforced concrete frame - Design using stiffness reducing factors.

Silva, V. D. (2007). *Cálculo de cargas críticas globais e deslocamentos de 2ª ordem e deslocamentos de 2ª ordem em estruturas reticuladas*. Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas , 21-35.

Wilson, E. L. (Janeiro de 2002). Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures. Berkeley, California, USA: Computers and Structures, Inc.

ANEXOS

Anexo A 1: Plantas e cortes estruturais da estrutura analisada no capítulo 6

Anexo A 2: Secções transversais dos pilares e vigas da estrutura analisada no capítulo 6

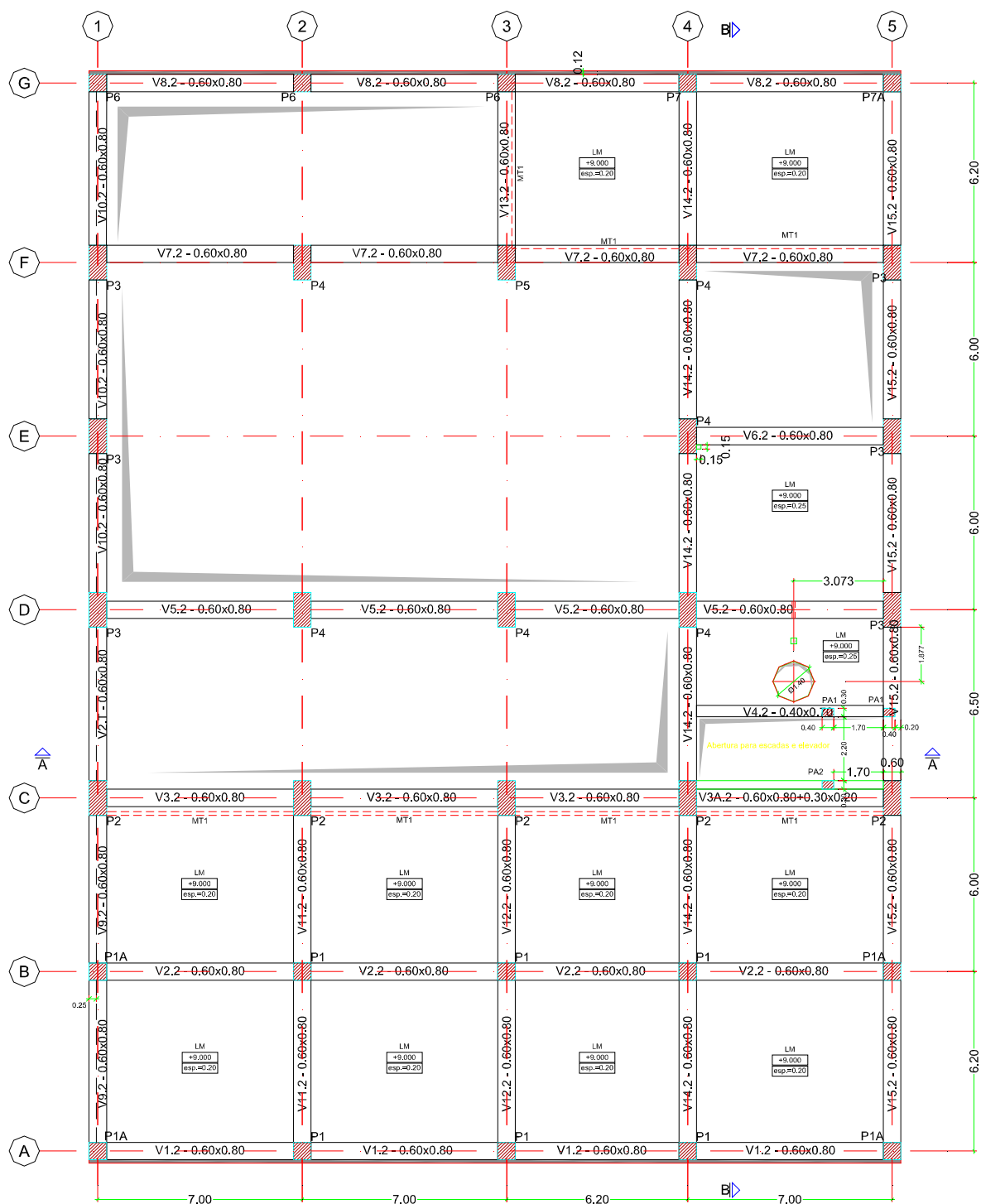


Fig. A. 1 – Planta estrutural à cota +9,00 m.



Fig. A. 2 – Planta estrutural à cota +12,00 m.

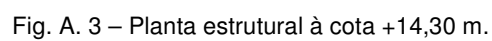


Fig. A. 3 – Planta estrutural à cota +14,30 m.

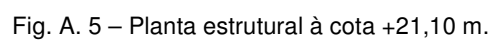


Fig. A. 5 – Planta estrutural à cota +21,10 m.

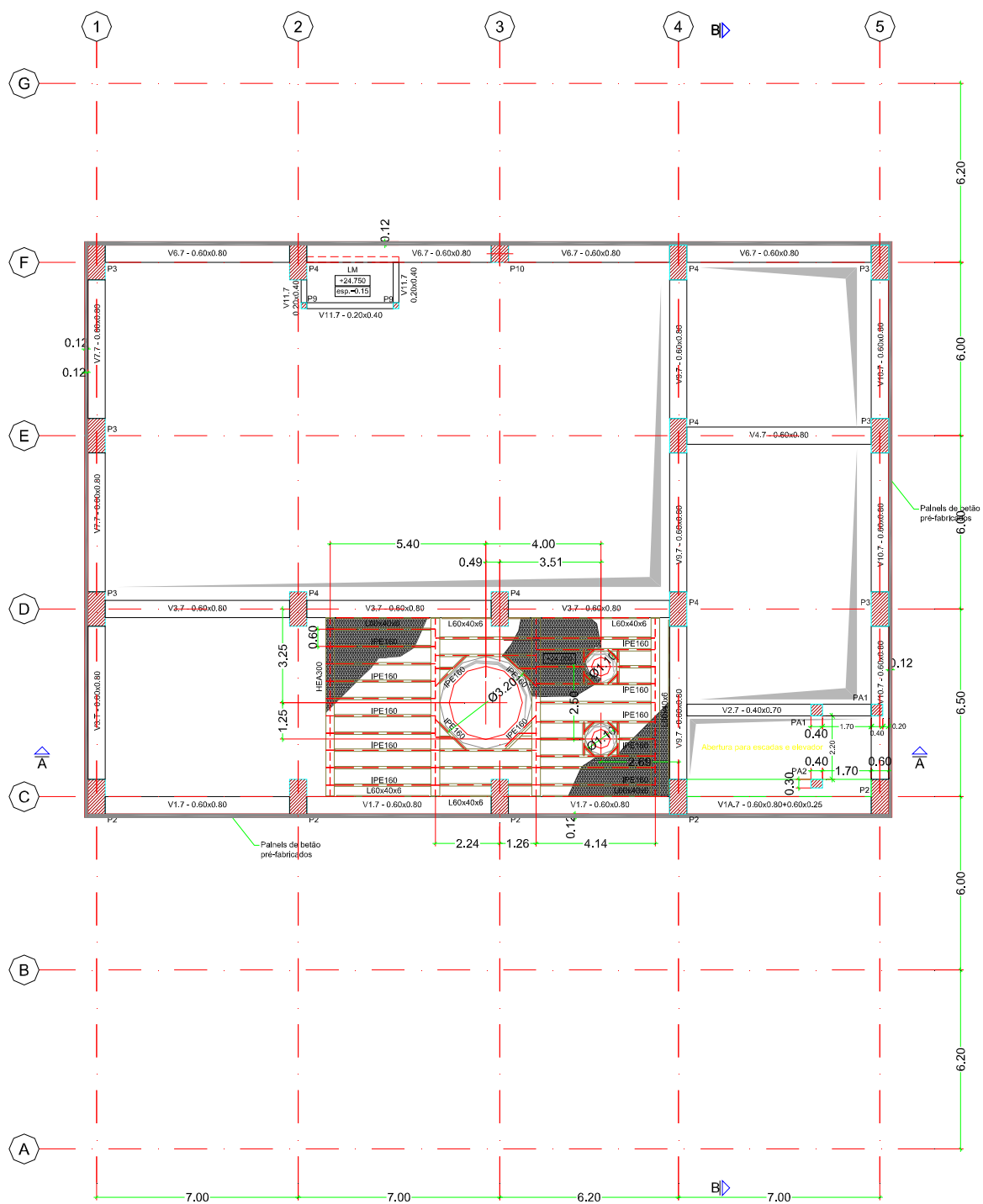


Fig. A. 6 – Planta estrutural às cotas +24,10 m e +24,75 m.

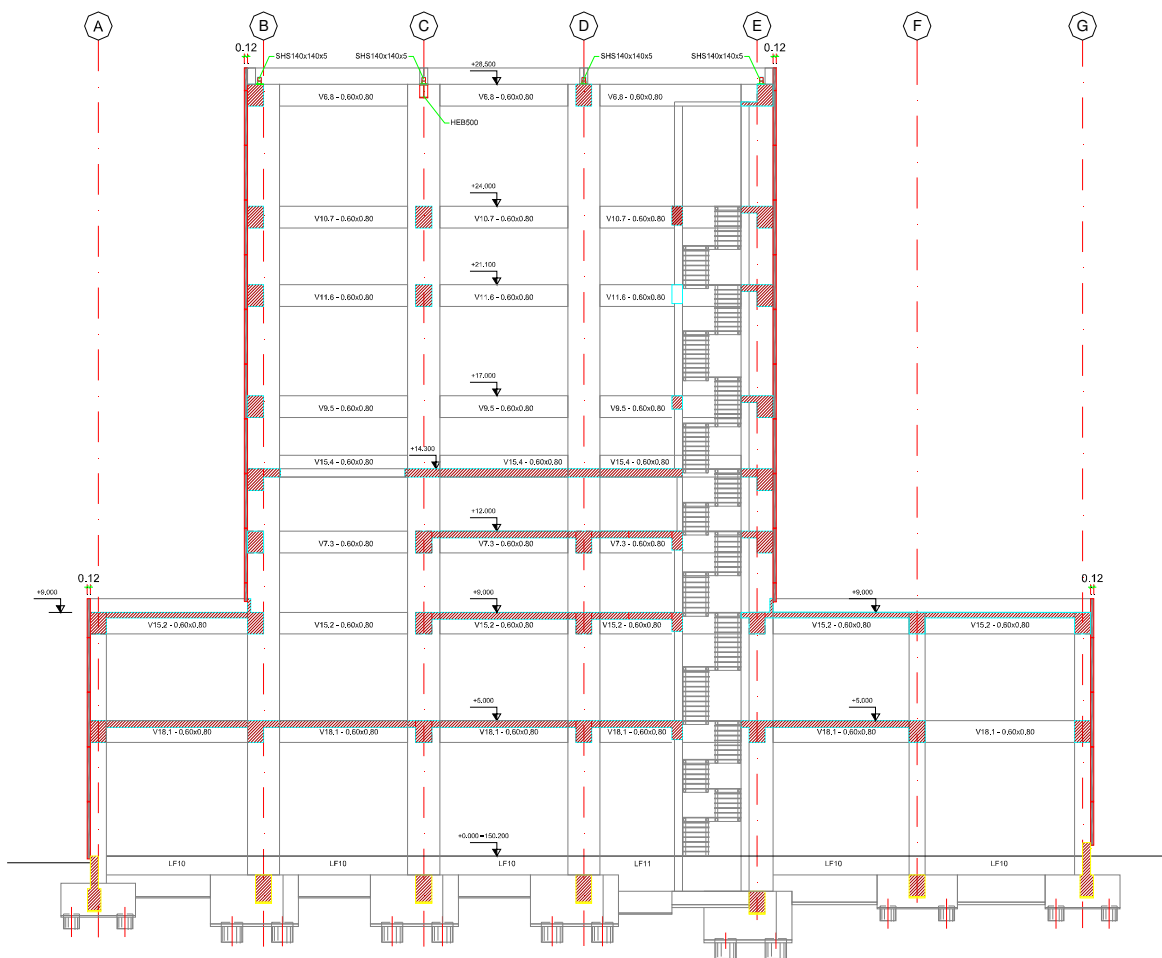


Fig. A. 7 –Corte BB'.

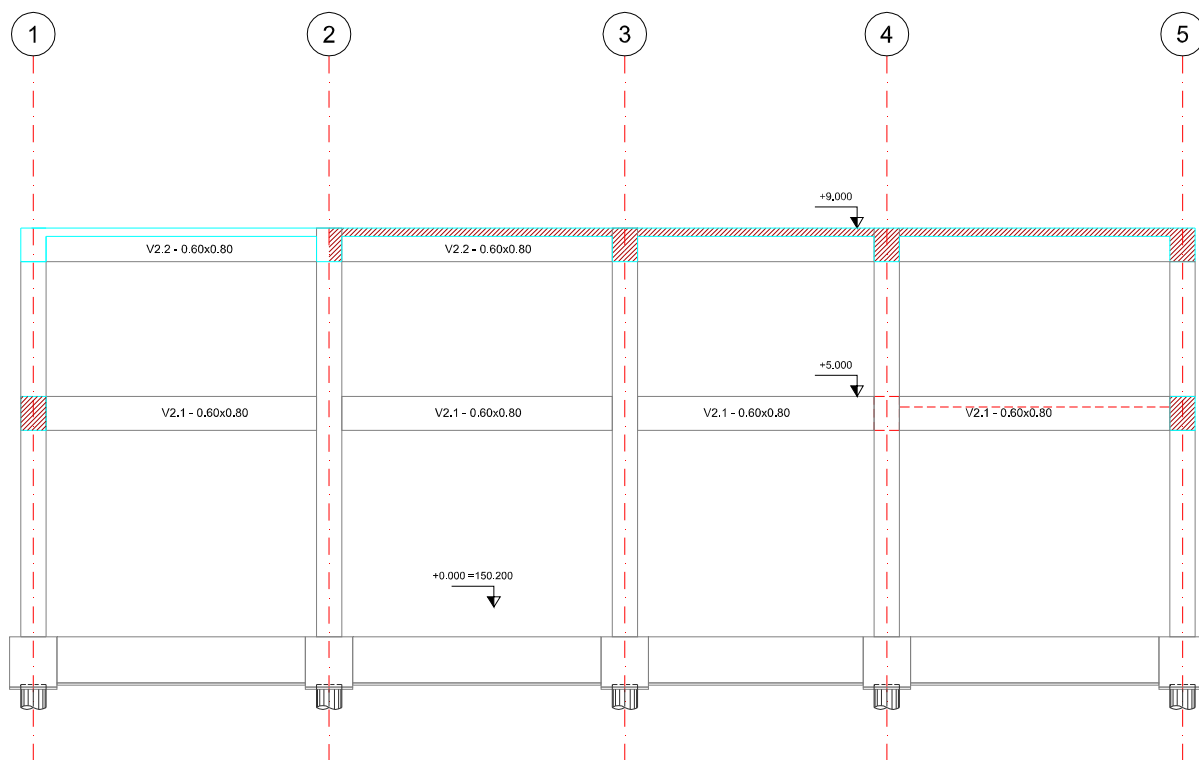
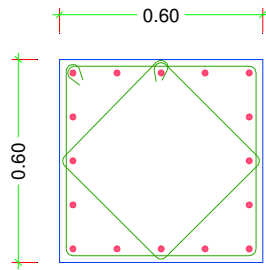


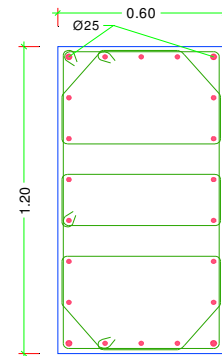
Fig. A. 8 –Corte CC'.

Soluções de armaduras para pilares (P_i):



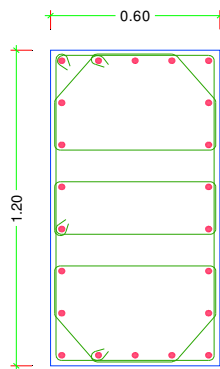
16Ø20
2 Cintas Ø8//0.15

Fig. A. 9 - P_1 (da cota F^i a 9,00).



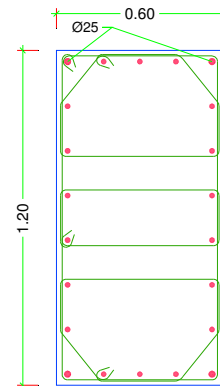
4Ø25+18Ø20
3 Cintas Ø8//0.15

Fig. A. 10 – P_2 (da cota F a 28,50).



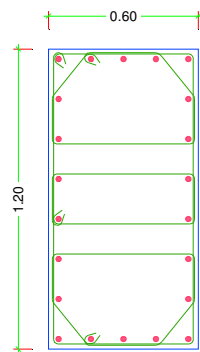
22Ø25
3 Cintas Ø8//0.15

Fig. A. 11 – P_3 (da cota F a 14,30).



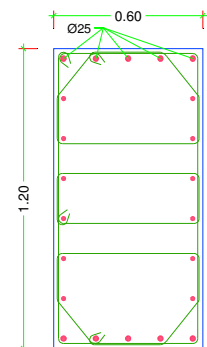
4Ø25+18Ø20
3 Cintas Ø8//0.15

Fig. A. 12 – P_3 (da cota 14,30 a 28,50).



22Ø25
3 Cintas Ø8//0.15

Fig. A. 13 – P_4 (da cota F a 14,30).



10Ø25+12Ø20
3 Cintas Ø8//0.15

Fig. A. 14 – P_4 (da cota 14,30 a 21,10).

ⁱ F – Cota da fundação.

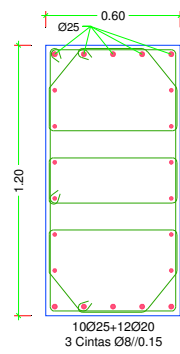


Fig. A. 15 – P₄ (da cota 21,10 a 28,50).

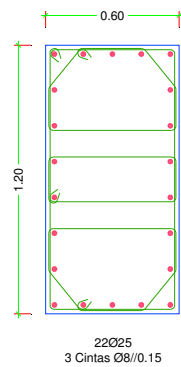


Fig. A. 16 – P₅ (da cota F a 14,30).

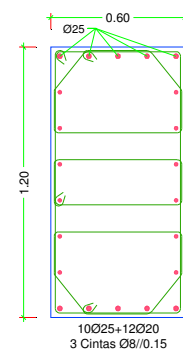


Fig. A. 17 – P₅ (da cota 14,30 a 17,00).

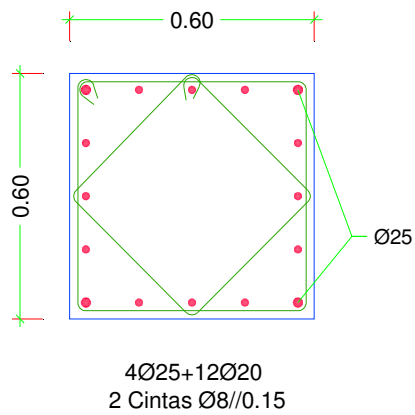


Fig. A. 18 – P₆ (da cota F a 9,00).

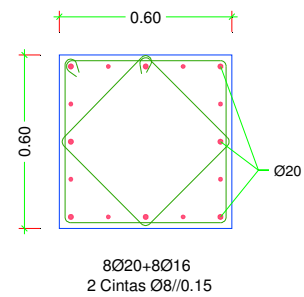


Fig. A. 19 – P₆ (da cota 9,00 a 17,00).

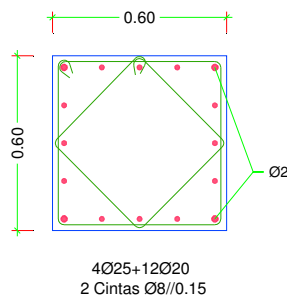


Fig. A. 20 – P₇ (da cota F a 9,00).

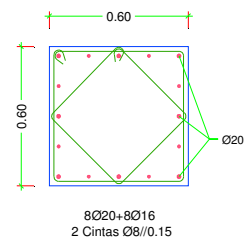


Fig. A. 21 – P₈ (da cota 17,00 a 21,10).

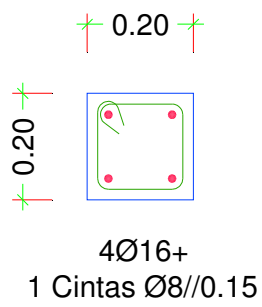


Fig. A. 22 – P₉ (da cota 21,10 a 24,75).

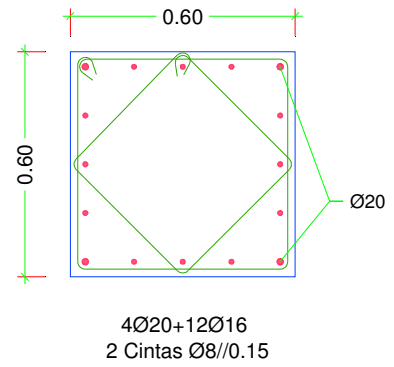


Fig. A. 23 – P₁₀ (da cota 21,10 a 28,50).

Soluções de armaduras para vigas (V_i):

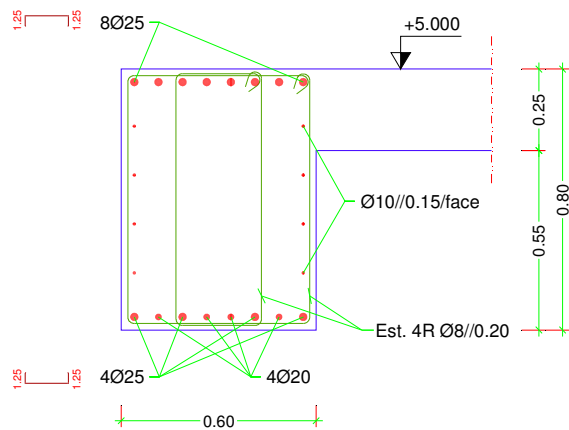


Fig. A. 24 – V_{5.1}

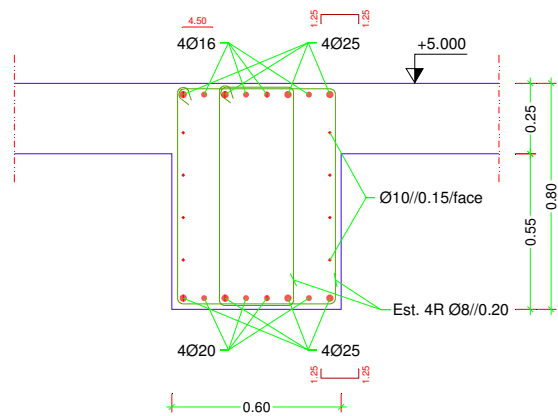


Fig. A. 25 – V_{7.1}

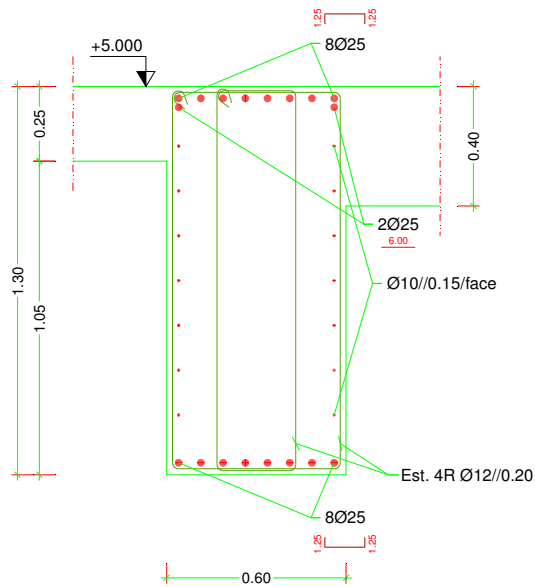


Fig. A. 26 – V_{8.1}

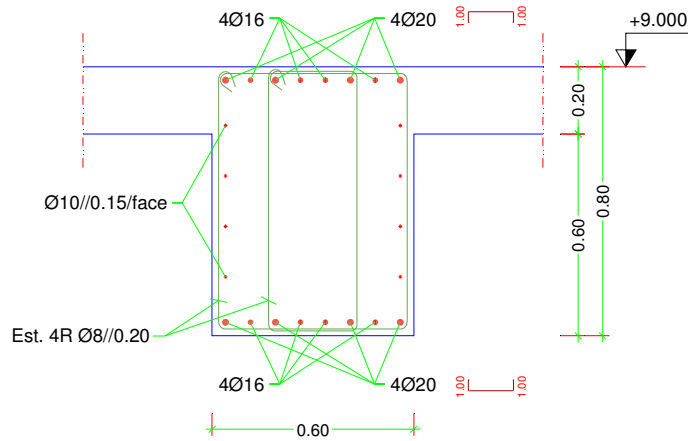


Fig. A. 27 – V_{16.1}

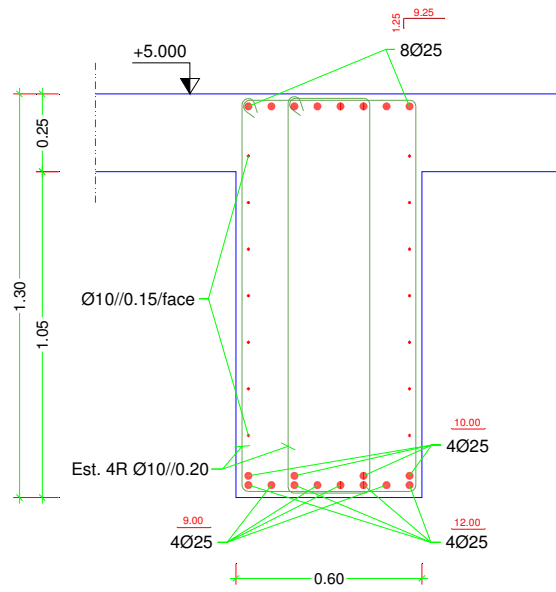


Fig. A. 28 – $V_{12,2}$